

doi:10.3969/j.issn.1674-8530.13.0239

## 基于格子 Boltzmann 方法的饱和土体细观渗流场

申林方<sup>1</sup>, 王志良<sup>1</sup>, 李邵军<sup>2</sup>

(1. 昆明理工大学土木工程学院, 云南 昆明 650500; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)



申林方

**摘要:** 根据土体的孔隙率,采用随机配置的方法建立了二维土体孔隙结构.基于格子 Boltzmann 方法(LBE 方法),通过设置入口、出口边界为非平衡态外推格式、左右边界及土颗粒边界为标准反弹格式的边界条件,建立了模拟饱和土体渗流的二维模型.编制了相应 Matlab 计算程序,模拟了在一定孔隙率的土体中,当恒定流速入渗时,土体渗流场的分布情况并探讨了渗流流速的变化规律.研究表明:在渗流过程中,土体流速的分布情况在整个渗流区域内较为均匀,且在孔隙连通性好、孔隙较大的区域流速较快.土体孔隙率越大,土体的渗流速度越大,且在渗流场内绝大部分孔隙格点的流速小于入口处的流速.当孔隙率恒定时,入口流速越大,渗流场内孔隙格点上流速分布的离散性越大.因此,LBE 方法可以有效地模拟土体的渗流情况,为进一步研究土体渗流机理提供了一种新的研究手段.

**关键词:** 格子 Boltzmann 方法;渗流场;数值模拟;孔隙率

**中图分类号:** O357.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-8530(2014)10-0883-05

申林方, 王志良, 李邵军. 基于格子 Boltzmann 方法的饱和土体细观渗流场[J]. 排灌机械工程学报, 2014, 32(10): 883-887.

Shen Linfang, Wang Zhiliang, Li Shaojun. Mesoscopic seepage field of saturated soil with lattice Boltzmann method[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering (JDIME), 2014, 32(10): 883-887. (in Chinese)

## Mesoscopic seepage field of saturated soil with lattice Boltzmann method

Shen Linfang<sup>1</sup>, Wang Zhiliang<sup>1</sup>, Li Shaojun<sup>2</sup>

(1. Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China; 2. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

**Abstract:** According to the porosity of soil, the two dimensional porous structure of soil is established by using random allocation method. Based on Lattice Boltzmann method, the two dimensional model for simulating saturated soil seepage is constructed by setting the non-equilibrium extrapolation scheme at the inlet and outlet boundary, and the bounce-back scheme at the soil particles boundary as well as left and right boundary. The corresponding matlab program is programmed to simulate the velocity distribution of seepage field with constant soil porosity and inlet velocity. The results show that the velocity in the whole seepage area is relatively uniform in the process of seepage. The velocity is higher in the region of good connectivity and large porosity. The greater of the soil porosity, the higher of seepage velocity, and the majority of seepage velocity is lower than the inlet velocity. When soil porosity is constant, the higher of the inlet velocity, the wider of the distribution of seepage velocity. Therefore, lattice Boltzmann method could effectively simulate the seepage condition of soil and provide a new re-

收稿日期: 2013-12-04; 网络出版时间: 2014-10-16

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.3969/j.issn.1674-8530.13.0239.html>

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51179187); 昆明理工大学人才培养基金资助项目(KKSY201306023)

作者简介: 申林方(1982—),女,湖南邵阳人,博士后(shenlinfang@gmail.com),主要从事岩土工程渗流研究.

王志良(1982—),男,河北唐山人,博士(通信作者,wangzhiliangtj@126.com),主要从事地下建筑渗流研究.

search approach for further study of seepage mechanism.

**Key words:** lattice Boltzmann method; seepage field; numerical simulation; porosity

液体(如土中的水)在孔隙(如土体孔隙)中流动的现象称为渗流. 渗流现象具有非常广泛的工程背景, 石油开采、有机物对土壤的污染、基坑渗漏水等均与液体渗流有着密切联系. 土体作为多孔介质材料, 由无数个松散的、形状不规则且排列错综复杂的固体土颗粒组成. 当水在土体的孔隙中流动时, 由于土体孔隙的大小及形状极不规则, 因此其流动特性也非常复杂. 传统的渗流研究, 即宏观研究, 主要基于 Darcy 定律来描述流量、流速、渗透系数、黏度以及压力梯度等宏观物理量间的联系, 依靠输入及输出的结果建立渗流控制方程, 它不能确切地了解水在土体内部流动的规律及渗流机理<sup>[1]</sup>. 因此, 在细观尺度上对土体的渗流特性进行研究受到越来越多的关注. 周健等<sup>[2]</sup>基于散体介质理论, 利用 PFC<sup>2d</sup>进行了砂土渗流过程的细观数值模拟; 刘洋等<sup>[3]</sup>采用 PFC - CFD 耦合细观力学模型研究了饱和多孔介质在流体作用下固相的细观力学响应. 周宏伟等<sup>[4]</sup>通过细观渗流试验研究了细观结构对渗流边界形貌的影响. LBE 方法是 20 世纪 80 年代中期基于分子运动理论发展起来的一种新兴的数值模拟方法, 它在描述微观粒子运动的基础上, 通过粒子分布函数的演化, 建立宏观物理量与微观粒子运动之间的相互联系<sup>[5-7]</sup>. 近些年, LBE 方法在模拟多孔介质流动的研究方向上得到了飞速发展<sup>[8-12]</sup>. 文中基于该方法, 将土颗粒骨架看作是流场的边界, 忽略土颗粒体积力的影响, 模拟水在非常不规则土体孔隙中的流动; 研究在一定孔隙率的饱和土体中, 当水以恒定流速流入时, 土体渗流场流速的分布情况, 并探讨渗流流速的变化规律, 为进一步研究土体渗流的机理奠定基础.

## 1 基于 LBE 方法渗流模型的建立

### 1.1 LBE 方法的基本原理

单松驰模型(LBGK 模型)是目前应用最为广泛的 LBE 模型<sup>[13-14]</sup>, 尤其是 Qian 等<sup>[13]</sup>提出的 DnQb 模型最具代表性. 单松驰模型以一个弛豫时间参数  $\tau$  来确定 Boltzmann 方程的碰撞项, 其演化方程可表示为

$$f_{\alpha}(r + e_{\alpha}\delta_t, t + \delta_t) - f_{\alpha}(r, t) = -\frac{[f_{\alpha}(r, t) - f_{\alpha}^{\text{eq}}(r, t)]}{\tau}, \quad (1)$$

式中:  $f_{\alpha}(r, t)$  为  $t$  时刻在格点  $r$  处沿  $\alpha$  方向的粒子分布函数;  $e_{\alpha}$  为离散速度;  $\delta_t$  为离散时间;  $\tau$  为量纲一化的弛豫时间;  $f_{\alpha}^{\text{eq}}(r, t)$  为平衡态分布函数.

文中选用二维 9 个粒子离散速度方向的 D2Q9 模型, 其速度离散方向如图 1 所示.

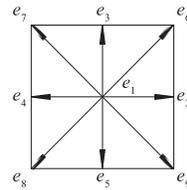


图 1 D2Q9 模型粒子速度矢量

Fig. 1 Particle velocity vectors of D2Q9 model

D2Q9 模型的离散速度如下:

$$e_{\alpha} = \begin{cases} (0, 0), & \alpha = 1, \\ c \left( \cos \left[ (\alpha - 2) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[ (\alpha - 2) \frac{\pi}{2} \right] \right), & \alpha = 2, 3, 4, 5, \\ \sqrt{2}c \left( \cos \left[ (2\alpha - 3) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[ (2\alpha - 3) \frac{\pi}{4} \right] \right), & \alpha = 6, 7, 8, 9, \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $c$  为格子速度,  $c = \frac{\delta_x}{\delta_t}$ ,  $\delta_x$ ,  $\delta_t$  分别为格子步长和离散时间.

根据质量守恒定律及动量守恒定律, 可以得到微观粒子分布函数与宏观变量间的关系:

$$\rho = \sum_{\alpha=1}^9 f_{\alpha}, \quad (3)$$

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=1}^9 f_{\alpha} e_{\alpha}. \quad (4)$$

平衡态分布函数:

$$f_{\alpha}^{\text{eq}} = \rho \omega_{\alpha} \left[ 1 + \frac{e_{\alpha} u}{c_s^2} + \frac{(e_{\alpha} u)^2}{4c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right], \quad (5)$$

式中:  $c_s$  为格子声速,  $c_s^2 = \frac{c^2}{3}$ ;  $\omega_{\alpha}$  为权系数.

$$\omega_{\alpha} = \begin{cases} \frac{4}{9}, & \alpha = 1, \\ \frac{1}{9}, & \alpha = 2, 3, 4, 5, \\ \frac{1}{36}, & \alpha = 6, 7, 8, 9. \end{cases} \quad (6)$$

利用 Chapman - Enskog 展开法可以将演化方程

式(1)还原成流体力学的 Navier - Stokes 方程,并得到流体运动黏滞系数  $\nu$  与量纲一化弛豫时间  $\tau$  的相互关系:

$$\nu = c_s^2 \left( \tau - \frac{1}{2} \right) \delta_t. \quad (7)$$

### 1.2 土体渗流模型的基本假定

为便于计算,对土体渗流模型做以下几点基本假定:

- 1) 土体为连续均质各向同性;
- 2) 模型左右壁面为不透水边界,上边界恒定渗流流速,下边界自由;
- 3) 忽略土颗粒体积力及外力的影响;
- 4) 假设土体完全饱和.

### 1.3 边界条件的处理

文中的计算模型采用 2 种边界条件:非平衡态外推格式和标准反弹格式.其中对于土体的上边界(流入边界)及下边界(流出边界)采用非平衡态外推格式,对于模型的左右不透水边界及土体颗粒边界采用标准反弹格式.图 2 为非平衡态外推格式的示意图,图中  $A, O, C$  为边界格点,格点  $E, B, D$  位于流场内.

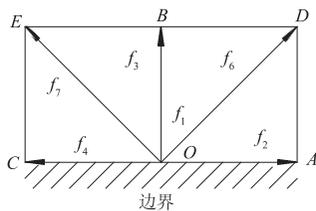


图 2 非平衡态外推格式  
Fig. 2 Non-equilibrium extrapolation scheme

Guo 等<sup>[15]</sup>提出的非平衡态外推边界,其基本思想为将边界上节点的分布函数分解为 2 部分:平衡态( $f^{eq}$ )和非平衡态( $f^{neq}$ ),即

$$f_\alpha(O, t) = f_\alpha^{eq}(O, t) + f_\alpha^{neq}(O, t). \quad (8)$$

由于边界  $O$  点的平衡态部分  $f_\alpha^{eq}(O, t)$  可由边界条件的宏观物理量求得;而非平衡态部分  $f_\alpha^{neq}(O, t)$  通常存在未知的宏观物理量,为简化计算则由  $B$  点的相应值代替进行计算.则边界  $O$  点的分布函数可表示为

$$f_\alpha(O, t) = f_\alpha^{eq}(O, t) + [f_\alpha(B, t) - f_\alpha^{eq}(B, t)]. \quad (9)$$

对于静止固定的边界通常采用标准反弹格式,即假设粒子与边界壁面碰撞后,速度发生逆转(沿原路返回).

图 3 为当下边界为固定边界时的标准反弹格式

示意图,则其标准反弹格式的表达式为

$$f_{2,6,7}(x, t + \delta_t) = f_{5,8,9}(x, t). \quad (10)$$

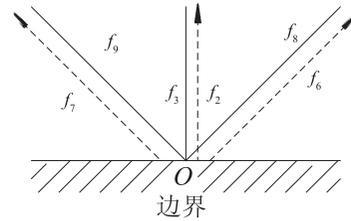


图 3 标准反弹格式  
Fig. 3 Bounce-back scheme

### 1.4 土体孔隙结构的建立

土体属于多孔介质材料,采用 LBE 方法模拟土体渗流的关键在于如何表征土体孔隙的详细结构.由于土体颗粒及孔隙分布是无序的,因此其空间分布可以采用一随机变量函数  $Z(x)$  表示为

$$Z(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ 处于土体孔隙中,} \\ 1, & x \text{ 处于土体颗粒中.} \end{cases} \quad (11)$$

由  $Z(x)$  的统计特征来反应土体孔隙的分布情况,并由孔隙率  $n$  来对  $Z(x)$  加以控制.

文中采用 Matlab 的 Rand 函数在  $(0, 1)$  之间生成由均匀分布的随机数组成的数组  $N(x)$ , 然后对数组  $N(x)$  中的随机数依次进行判断,如果  $N(x)$  小于孔隙率  $n$ , 则  $Z(x) = 1$ , 反之则  $Z(x) = 0$ . 图 4 为孔隙率  $n = 0.6$  时的土体孔隙结构图,黑色区域为土颗粒骨架,白色区域为孔隙.

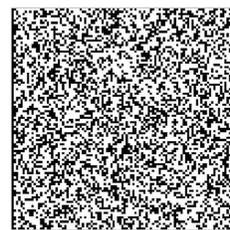


图 4 当  $n = 0.6$  时土体的孔隙结构图  
Fig. 4 Porous structure of soil when  $n = 0.6$

图 5 为当  $n = 0.5$  时局部土体孔隙结构图.



图 5 当  $n = 0.5$  时的局部土体孔隙结构图  
Fig. 5 Local porous structure of soil when  $n = 0.5$

从图 5 中可以看出,土体孔隙的连通性较差.经

计算发现,当  $n \leq 0.5$  时,孔隙的连通性较差,孔隙无法贯通,整体的渗流工作无法实现. 因此文中的计算只适用于孔隙率较大的黏性土、淤泥质黏土等,而对于孔隙较小的砂土则不再适用.

### 1.5 计算程序的编制

文中基于 LBE 方法建立的饱和土体渗流模型,采用 Matlab 编制相应的计算程序,然后对土体的渗流情况进行数值模拟. 文中采用 2 个相邻时层速度的相对误差对计算结果的收敛性进行判断,计算公式如下:

$$err = \frac{a}{b}, \quad (12)$$

式中:  $a = \{ \sum [ (u_x(r, t + \delta_t) - u_x(r, t))^2 + (u_y(r, t + \delta_t) - u_y(r, t))^2 ] \}^{\frac{1}{2}}$ ,

$$b = \{ \sum [ u_x(r, t + \delta_t)^2 + u_y(r, t + \delta_t)^2 ] \}^{\frac{1}{2}}.$$

给定一个标准的小量  $\varepsilon$ , 如  $\varepsilon = 10^{-5}$ . 当  $err < \varepsilon$  时,表示计算结果收敛,可以终止计算.

在算法上,具体的计算步骤如下:

- 1) 通过随机变量函数  $Z(x)$  生成土体孔隙的分布情况;
- 2) 给定初始的密度  $\rho$  及速度  $u$  以及粒子分布函数  $f_\alpha = f_\alpha^{eq}(\rho, u)$ ;
- 3) 进行粒子的碰撞及迁移过程,在同一时层求解离散方程;
- 4) 施加边界条件;
- 5) 计算下一时层各格点上的粒子分布函数  $f_\alpha$ 、密度  $\rho$  和速度  $u$  等;
- 6) 判断计算结果是否收敛,如不收敛,则需重复第 3, 4, 5 步的操作,如收敛,则进行结果输出的操作.

## 2 饱和土体渗流场的实例计算

为了实现 LBE 方法对土体渗流情况的模拟,文中选取的计算区域为  $200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$  的网格,孔隙率为  $n = 0.6$ . 计算区域内上边界为流场入口,流速为  $U = 0.050$ ,下边界为流场出口;左右边界为不透水边界,计算模型如图 6 所示. 时间步长  $\delta_t = 1$ ,格子步长  $\delta_x = \delta_y = 1$ ,格子黏滞系数  $\nu = 0.13$ ,判断计算结果是否收敛的标准取为  $\varepsilon = 10^{-8}$ . 上述算例中,参数均在格子单位下量纲一化.

图 7 为渗流区域内的流速分布云图,图 8 为渗流场内局部速度矢量图. 从图中可以看出土体渗流流速的分布情况在整个渗流区域内较为均匀,而在孔隙

连通性好且孔隙较大的区域,流速较大,这与实际土体的渗流情况较为吻合. 因此, LBE 方法可以用来模拟土体的渗流情况.

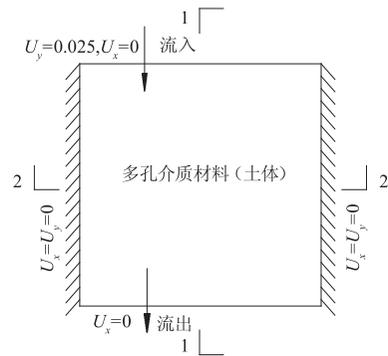


图 6 土体渗流模型示意图  
Fig. 6 Diagram of soil seepage model

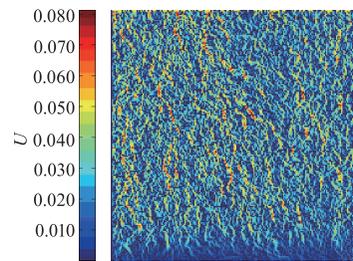


图 7 渗流场内流速分布情况  
Fig. 7 Distribution of velocity in seepage field

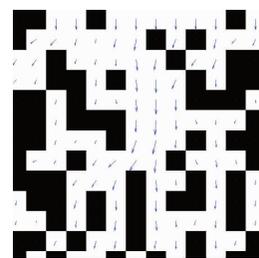


图 8 渗流场内局部速度矢量图  
Fig. 8 Local velocity vector in seepage field

图 9, 10 分别为当入口流速  $U = 0.050$ , 孔隙率  $n$  不同时在竖向(剖面 1-1)、横向(剖面 2-2)剖面土体渗流流速的分布图. 从图中可以看出,孔隙率  $n$  越大,土体的渗流速度越大,且绝大部分孔隙格点的流速小于入口处的流速. 当  $n = 0.7$  时,最大格点流速为 0.080,而当  $n = 0.6$  时,最大格点流速为 0.066,均大于入口处的流速.

图 11, 12 分别为当孔隙率  $n = 0.6$ , 入口流速  $U$  不同时在竖向(剖面 1-1)、横向(剖面 2-2)剖面土体渗流流速的分布图. 从图中可以看出,入口流速  $U$  越大,渗流场内孔隙格点上流速分布的离散性越大. 当  $U = 0.025$  时,孔隙格点上流速主要分布在

0.008 ~ 0.020, 而当  $U = 0.050$  时, 流速则分布在 0.010 ~ 0.060。

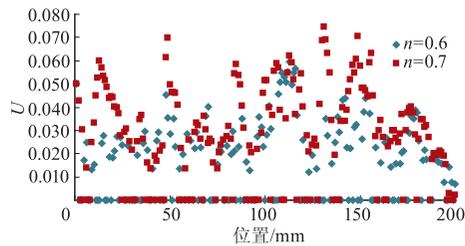


图 9 孔隙率不同时竖向剖面流速分布图  
Fig. 9 Distribution of velocity at vertical section with different porosities

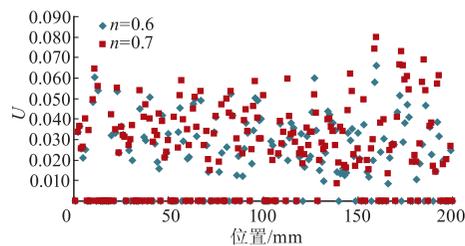


图 10 孔隙率不同时横向剖面流速分布图  
Fig. 10 Distribution of velocity at horizontal section with different porosities

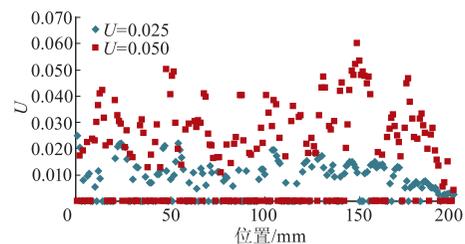


图 11 入口速度不同时竖向剖面流速分布图  
Fig. 11 Distribution of velocity at vertical section with different inlet velocities

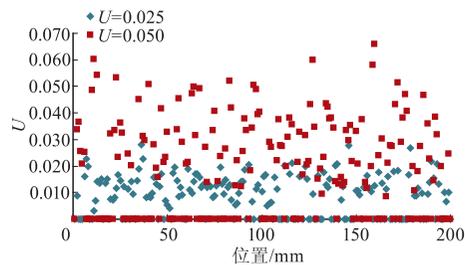


图 12 入口速度不同时横向剖面流速分布图  
Fig. 12 Distribution of velocity at horizontal section with different inlet velocities

### 3 结 论

1) LBE 方法可以有效地模拟土体的渗流情况, 为进一步研究土体渗流机理提供了一种新的研究

手段。

2) 采用随机函数生成的土体孔隙结构, 在渗流过程中, 土体流速的分布情况在整个渗流区域内较为均匀, 且在孔隙连通性好且孔隙较大的区域流速较大。

3) 当入口流速  $U$  恒定时, 土体孔隙率  $n$  越大, 土体的渗流速度越大, 且绝大部分孔隙格点的流速小于入口处的流速。

4) 当孔隙率  $n$  恒定时, 入口流速  $U$  越大, 渗流场内孔隙格点上流速分布的离散性越大。

5) 采用随机方法生成的孔隙结构, 当  $\varepsilon \leq 0.5$  时, 孔隙的连通性比较差。因此, 文中的计算适用于孔隙率比较大的黏性土, 而对于孔隙率较小的砂土则不再适用。

### 参考文献 (References)

- [ 1 ] 刘建军, 代立强, 李树铁. 孔隙介质渗流微观数值模拟[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2005, 24(5): 680 - 682.  
Liu Jianjun, Dai Liqiang, Li Shutie. Numerical simulation of microcosmic flow in porous media [J]. Journal of Liaoning Technical University, 2005, 24(5): 680 - 682. (in Chinese)
- [ 2 ] 周健, 姚志雄, 张刚. 砂土渗流过程的细观数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(7): 977 - 981.  
Zhou Jian, Yao Zhixiong, Zhang Gang. Mesomechanical simulation of seepage flow in sandy soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(7): 977 - 981. (in Chinese)
- [ 3 ] 刘洋, 李飞, 柴小庆, 等. 渗流的 PFC - CFD 耦合细观数值模拟[J]. 水文地质工程地质, 2008, 35(2): 66 - 70.  
Liu Yang, Li Fei, Chai Xiaoqing, et al. A PFC - CFD coupled model in meso-scale for seepage [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2008, 35(2): 66 - 70. (in Chinese)
- [ 4 ] 周宏伟, 谢和平. 孔隙介质细观渗流 DLA 效应的实验研究[J]. 石油学报, 2001, 22(3): 52 - 57.  
Zhou Hongwei, Xie Heping. Experimental research on DLA effect of seepage in porous media at the meso scale [J]. Acta Petrolei Sinica, 2001, 22(3): 52 - 57. (in Chinese)
- [ 5 ] 何雅玲, 王勇, 李庆. 格子 Boltzmann 方法的理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.