

遗传算法在离心泵优化设计中的应用

何希杰^{1,2}, 朱广奇^{1,2}, 劳学苏²

(1. 石家庄强大泵业集团有限责任公司, 河北石家庄 050035; 2. 石家庄杂质泵研究所, 河北石家庄 050035)

摘要: 介绍和探讨了离心泵的遗传算法优化设计方法; 首次采用遗传算法, 对低比转速离心泵参数的优化设计方法进行了研究, 建立了中低比转速离心泵叶轮参数优化设计的数学模型, 将多目标优化设计转化为单目标优化设计问题. 对一台低比转速离心泵的叶轮进行了优化设计, 经过多次选择、交叉和变异等遗传操作和大量计算, 得出了参数优化设计结果, 并与传统方法设计的泵作了比较. 结果表明, 采用遗传算法优化设计的叶轮, 其泵效率有所提高, 并消除了扬程曲线的驼峰现象; 与传统设计方法相比, 遗传算法优化设计具有思想简单、易于实现、应用效果显著等优点, 因此更合理、更严谨.

关键词: 离心泵; 遗传算法; 优化设计; 叶轮; 几何参数

中图分类号: TH311 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-6254(2008)02-0040-05

Application of genetic algorithm in optimal design of centrifugal pump

HE Xi-jie^{1,2}, ZHU Guang-qi^{1,2}, LAO Xue-su²

(1. Shijiazhuang Kingda Pump Industry Group Co. Ltd, Shijiazhuang, Hebei 050035, China; 2. Shijiazhuang Slurry Pump Institute, Shijiazhuang, Hebei 050035, China)

Abstract: Optimal design method of centrifugal pump is presented and discussed by using genetic algorithm. The optimal design of geometrical parameters for low specific speed centrifugal pump is studied by using genetic algorithm. Mathematic model of optimal design for low-middle specific speed centrifugal pump impeller parameter is established; multi-objective optimal design is changed into single one. The impeller parameters of low specific speed centrifugal pump are optimized through genetic operating of multi-selection, crossover and mutation and after a large number of calculations, compared with designed pump by traditional method. The results show that the pump efficiency of optimal designed impeller by using genetic algorithm is increased a little and the unstable characteristic curve is eliminated. Optimal design method by using genetic algorithm has the advantages of simple in thought, easy to realize, and notable effect in application than traditional ones.

Key words: centrifugal pump; genetic algorithm; optimal design; impeller; geometrical parameters

离心泵的水力设计, 就是根据给定的泵性能参数, 采用不同的设计方法, 确定泵的几何参数, 绘制出用于加工的泵过流部件的结构形状和尺寸图.

离心泵设计, 一般采用传统设计方法. 随着计算

机技术的发展和普及, 研究人员提出了一些离心泵优化设计方法^[1-3]. 这些方法都属于传统的或者说常规的优化设计方法. 遗传算法优化设计方法属于智能优化算法的一种. 从查阅有关资料来看, 尚未见

收稿日期: 2007-12-10

作者简介: 何希杰(1936—), 男, 辽宁沈阳人, 教授级高级工程师, 博士生导师(hxj1936@163.com), 主要从事流体机械的研究.
朱广奇(1964—), 男, 河北石家庄人, 高级工程师, 副总工程师(zgq333@sohu.com), 主要从事水力机械的研究.

到泵的遗传算法优化设计的报道和信息。

笔者采用遗传算法对低比转速离心泵过流部件的几何参数进行优化设计,进而提出了低比转速离心泵遗传算法优化设计方法。

1 遗传算法优化设计

遗传算法是上世纪60年代美国Holland教授及其学生提出来的,是一种基于生物遗传和进化机制的、适合于复杂系统优化计算的自适应概率优化技术^[4,5]。它是采用群体搜索技术,通过对当前群体施加选择、交叉、变异等一系列遗传操作,从而产生新一代的群体,并逐步使群体进化到包含或者接近优化解的状态。由于其思想简单,易于实现,应用效果显著等优点而被许多应用领域的人员所接受,并在自适应控制、组合优化、模式识别、机器学习、人工生命、管理决策等方面得到了广泛的应用^[6,7]。

生物遗传物质的主要载体是染色体。在遗传算法中,染色体一般是一串数据或数组,以此作为优化问题的解的代码。遗传算法对优化问题的求解是从一个群体(种群)开始的(称为初始种群)。一个群体由多个个体组成,一个个体即为一个染色体。群体中染色体的数目为群体的大小或群体的规模。初始群体的产生,也就是初始群体中各个初始染色体的产生,是随意的。染色体对环境的适应能力称为适应度,它反映了一个染色体的优劣。根据进化论“适者生存”的原则,选择高适应度值的染色体进行复制(也称选择),选出优良的染色体。交叉(杂交)是按给定的概率来改变群体中的特性,并使好的特性保留到下一代。变异是对群体的染色体进行人工突变,以达到产生新品种的目的。通过复制、交叉、变异等操作后,得到新一代群体。对新的群体(后代)不断重复这一过程,经过给定的次数迭代之后,将末代群体中最好的染色体作为问题的解。

2 优化设计的数学模型

水泵水力设计,大多数是多目标优化设计问题。多目标优化设计的数学模型可以写为如下式子。

求设计变量:

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{E}^n$$

使目标函数:

$$\min f_i(\mathbf{X}), i = 1, 2, \dots, m$$

$$\text{S. T. } g_i(\mathbf{X}) = 0, i = 1, 2, \dots, m$$

$$g_j(\mathbf{X}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

以上式子中, $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为设计变量, \mathbf{X} 是 n 维欧氏空间中的1个点; \mathbf{E}^n 为 n 维欧氏空间; $f_i(\mathbf{X})$ 为目标函数; $g_i(\mathbf{X}) = 0$ 为等式约束; $g_j(\mathbf{X}) \leq 0$ 为不等式约束; \min 也可以写成 \max 。

多目标优化设计,一般可转化为单目标优化设计问题。

采用某种优化设计方法对数学模型求解,可以得到一个优化设计方案,即一组设计变量

$$\mathbf{X}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$$

不仅满足优化设计约束条件,而且使目标函数 $f(\mathbf{X})$ 达到最优值 $f(\mathbf{X}^*)$ (最大或最小),称 \mathbf{X}^* 为优化问题的最优点。最优点 \mathbf{X}^* 和最优值 $f(\mathbf{X}^*)$ 统称为最优解。

离心泵理论方程式为^[1]

$$H_T = \frac{1}{g} (u_2 v_{w2} - u_1 v_{w1}) \quad (1)$$

在假设泵叶轮入口无预旋的条件下,理论扬程公式(1)可以写为

$$H_T = \frac{1}{g} \left[\mu \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 R_2^2 - \frac{Qn}{60 b_2 \eta_v \phi_2 \tan \beta_2} \right] \quad (2)$$

式中 μ 为理论扬程修正系数,用式(3)计算^[1]; ϕ_2 为叶轮出口排挤系数,用式(4)计算^[1]; η_v 为泵的容积效率,根据式(5)计算^[8]; b_2 为叶轮出口宽度; β_2 为叶轮出口安放角。 η_h 为泵的水力效率,根据式(6)计算^[9]。

$$\mu = 1 - \frac{\pi \sin \beta_2}{z} \quad (3)$$

$$\phi_2 = 1 - \frac{zS}{\pi D_2 \sin \beta_2} \quad (4)$$

式中 D_2 为叶轮出口直径; z 为叶片数; S 为叶片厚度。

$$\eta_v = 1 - 0.028 \left(\frac{n_s}{100} \right)^{-0.65} \quad (5)$$

$$\eta_h = 1 - \frac{2.55}{n_s^{0.7}} \quad (6)$$

扬程曲线不出现驼峰的判别准则^[10]为

$$\beta_2 \leq 90 z^{-0.773} \quad (7)$$

低比转速离心泵的主要问题是泵的效率较低,这一问题的主要原因是由于叶轮圆盘摩擦损失大所致。这种圆盘摩擦损失约占有功率的10%~30%。因此,在其他条件不变的情况下,尽量减少圆盘摩擦损失即缩小叶轮直径并使其最小,可以作为设计目标之一。

建立中低比转速离心泵叶轮参数优化设计数学

模型如下:

$$\min D_2^2 = \left(\frac{gH}{\eta_h} + \frac{Qn}{60\eta_v b_2 \psi_2 \tan \beta_2} \right) \frac{1}{\mu \left(\frac{\pi n}{60} \right)^2} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{S. T. } & b_2 \in (5, 15) \\ & z \in (4, 7) \\ & \beta_2 \in (20^\circ, 40^\circ) \end{aligned}$$

3 设计实例

离心泵设计流量 Q 为 $25 \text{ m}^3/\text{h}$, 扬程 H 为 50 m , 转速 n 为 $2900 \text{ r}/\text{min}$, 采用遗传算法对泵叶轮参数进行优化设计。

首先计算泵的比转速 (n_s) 为 46.9 。此泵处于低比转速范围 ($n_s = 20 \sim 80^{[11]}$)。遗传算法优化设计

也应该考虑离心泵设计趋势^[12,13]和几何参数对泵性能的影响,尤其是几何参数对泵性能(例如扬程)的综合影响及其排序^[14,15]。

下面采用遗传算法对泵叶轮参数进行优化设计。

3.1 个体编码

遗传算法不能直接处理空间的数据,必须通过编码将它们表示成遗传空间的基因组型个体符号串。本例中变量 $x_1 = (b_2)$, $x_2 = (z)$, $x_3 = (\beta_2)$ 编码为二进制整数符号串, b_2, z, β_2 取整数,可取 6 位无符号二进制整数表示,3 个变量组成 18 位二进制整数,形成个体基因组型,表示一个可行解。本例中基因组型为 $X_1 = 001010000111010100$, 所对应的表现型是 $X_1 = [10, 7, 20]$ 。本例中 12 个个体(染色体)基因组型 X_i 列于表 1 中。

表 1 初始可行染色体
Tab.1 Initial chromosomes

序号	基因组型 X_i	表现型 X_i	目标值 D_2	适应度 $\text{Fit}(X)$	由大到小 $\text{Fit}(X)$	复制概率 P_i	累积概率 q_i
1	001010000111010100	$X_1 = (10, 7, 20)$	192.44	29.49	29.49	0.100 0	0.100
2	000111000101011010	$X_2 = (7, 5, 26)$	206.52	15.41	23.80	0.090 0	0.190
3	001001000101011000	$X_3 = (9, 5, 24)$	201.50	20.43	23.60	0.081 0	0.271
4	000111000100011110	$X_4 = (7, 4, 30)$	221.93	0.00	23.36	0.073 0	0.344
5	000110000111010101	$X_5 = (6, 7, 21)$	202.83	19.10	21.57	0.065 6	0.410
6	000110000100011100	$X_6 = (6, 4, 28)$	221.85	0.08	20.43	0.059 1	0.469
7	001000000110010110	$X_7 = (8, 6, 22)$	198.33	23.60	19.69	0.053 1	0.522
8	000110000111011010	$X_8 = (6, 7, 26)$	200.36	21.57	19.10	0.047 8	0.570
9	001000000110011000	$X_9 = (8, 6, 24)$	198.37	23.36	18.14	0.043 1	0.613
10	001011000101010111	$X_{10} = (11, 5, 23)$	198.13	23.80	15.41	0.038 7	0.651
11	001001000101010101	$X_{11} = (9, 5, 21)$	202.24	19.69	0.08	0.034 9	0.686
12	000110000110011001	$X_{12} = (6, 6, 20)$	203.79	18.14	0.00	0.031 4	0.718

3.2 遗传算法参数

群体(种群)规模:一般,选择概率 $P_s = 10 \sim 160$,本例中取 $P_s = 12$ 。

交叉概率:一般 $P_c = 0.3 \sim 0.99$,本例中取 $P_c = 0.333$ 。

变异概率:一般 $P_m = 0.000 1 \sim 0.1$,多个变异算子时取 $P_m = 0.2 \sim 0.4$,本例中取 $P_m = 0.333$ 。

复制概率计算公式中,取 $e = 0.10$ 。

目标值 D_2 的相对误差 $\varepsilon < 0.01$,作为遗传算法计算终止收敛准则。

3.3 解的代码及检验函数

以染色体 $X = (b_2, z, \beta_2)$ 作为解的代码。检验染色体 $X = (b_2, z, \beta_2)$ 可行性的检验函数设计为:若 $5 < b_2 < 15, 4 < z < 8, 200 < \beta_2 < 400$,表示被检验的染色体可行;否则,不可行。

3.4 初始群体

利用轮盘赌选择法确定初始群体。将 $b_2 \in (4, 15)$ 用整数(例如 $4, 5, \dots, 15$) 放在轮盘的 17 个扇区内。每转动一次轮盘,指针停止在某一扇区,该扇区代表个体 b_2 被选中。转动 12 次,12 个个体中每一个个体都有一个 b_2 值,可能出现不同的个体拥有同一个 b_2 值。每个个体的 z 和 β_2 值,采用类似的办法确定。个体 X_1 的选择结果为 $X_1 = (10, 7, 20)$,12 个初始可行的染色体如表 1 所示。

3.5 染色体的适应度

计算染色体的目标值 $D_2 = f(X)$,列于表 1 中。从表 1 中可以看出,当前群体 $f(X_i)$ 的最大值为 $f(X_4)$,因而取 $C_{\max} = f(X_4)$,然后按下式计算染色体的适应度值 $\text{Fit}(X_i)$,其结果列于表 1 中。

当目标函数为最小化问题时

$$\text{Fit}(X) = \begin{cases} C_{\max} - f(X), & f(X) < C_{\max} \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (9)$$

3.6 复制操作

从表1中可以看出, 染色体 X_1 是群体中最好的, 而染色体 X_4 是最差的. 按染色体适应度值的大小重新排列染色体. 按下式计算染色体的复制概率 P_i 和累积概率 q_i , 即为

$$P_i = e_i(1 - e)^{i-1}, \quad q_i = \sum_j^i P_j \quad (10)$$

在区间 $(0, q_{12}] = (0, 0.718]$ 上产生随机数 $R_n = 0.224$, 由于 $q_2 = 0.19 < 0.224 < q_3 = 0.271$, 所以排列序号为10的染色体 X_{10} 被选中, 复制作为新群体成员的一员. 第2次产生的随机数 $R_n = 0.200$, 由于 $q_2 = 0.19 < 0.200 < q_3 = 0.271$, 所以染色体 X_{10} 第2次被选中作为新群体成员的一员. 第3次产生的随机数 $R_n = 0.074$, 由于 $q_0 = 0 < 0.074 < q_1 = 0.1$, 所以染色体 X_1 被选中作为新群体成员的一员. 经过12轮选择操作, 得到一个新群体 X'_i , 列于表2中.

表2 经过选择复制、交叉和变异后得到的新群体
Tab.2 New population after genetic operation

复制群体 X'_i	交叉群体 X''_i	变异群体 X'''_i
$X'_1 = (11, 5, 23)$	$X''_1 = (10, 7, 21)$	$X'''_1 = (7, 8, 24)$
$X'_2 = (11, 5, 23)$	$X''_2 = (11, 5, 23)$	$X'''_2 = (11, 5, 23)$
$X'_3 = (10, 7, 20)$	$X''_3 = (11, 5, 23)$	$X'''_3 = (11, 5, 23)$
$X'_4 = (10, 7, 20)$	$X''_4 = (10, 7, 20)$	$X'''_4 = (8, 6, 22)$
$X'_5 = (10, 7, 20)$	$X''_5 = (10, 7, 20)$	$X'''_5 = (7, 4, 21)$
$X'_6 = (8, 6, 24)$	$X''_6 = (8, 6, 23)$	$X'''_6 = (8, 6, 23)$
$X'_7 = (7, 6, 26)$	$X''_7 = (7, 6, 26)$	$X'''_7 = (7, 7, 28)$
$X'_8 = (9, 5, 21)$	$X''_8 = (9, 5, 21)$	$X'''_8 = (9, 5, 21)$
$X'_9 = (6, 6, 25)$	$X''_9 = (6, 6, 25)$	$X'''_9 = (6, 6, 25)$
$X'_{10} = (7, 7, 22)$	$X''_{10} = (7, 7, 22)$	$X'''_{10} = (7, 7, 22)$
$X'_{11} = (7, 5, 26)$	$X''_{11} = (7, 5, 21)$	$X'''_{11} = (7, 5, 21)$
$X'_{12} = (8, 6, 24)$	$X''_{12} = (8, 6, 24)$	$X'''_{12} = (8, 6, 24)$

3.7 交叉操作

对新群体 X'_i 进行交叉操作. 交叉概率 $P_c = 0.333$, 所以平均有4个染色体进行交叉操作. 从区间 $[0, 1]$ 上产生随机数 $R_n = 0.331$, 由于 $R_n = 0.331 < 0.333 = P_c$, 故第1个染色体 X'_1 被选中作为交叉操作的一个父个体. 产生第2个随机数 $R_n = 0.795$, 由于 $R_n = 0.795 > 0.333 = P_c$, 故第2个染色体 X'_2 未被选中. 经过12次, 被选中的4个染色体为 X'_1, X'_3, X'_6 和 X'_8 . 将这4个染色体随机配对为 $(X'_1, X'_3), (X'_6, X'_8)$. 然后采用下列公式^[7] 计算, 计算结果得到群体, 列于表2中.

$$\begin{cases} U = [X'_i = (b_2, z, \beta_2)^T] + R_n \{ [X'_{i+1} = (b_2, z, \beta_2)^T] - [X'_i = (b_2, z, \beta_2)^T] \} \\ V = [X'_{i+1} = (b_2, z, \beta_2)^T] + R_n \{ [X'_i = (b_2, z, \beta_2)^T] - [X'_{i+1} = (b_2, z, \beta_2)^T] \} \end{cases} \quad (11)$$

3.8 变异操作

变异操作与交叉操作中选择父代的过程相类似, 变异操作时选中如下4个染色体作为父代, 用以变异操作: X''_1, X''_4, X''_5 和 X''_7 .

在三维空间 R 中随机产生一个方向 $H = (-0.863, 0.210, 0.836)$, 沿该方向对染色体 X''_1 作变异操作^[7], 取 $G = 3$, 则有

$$X'''_1 = X''_1 + GH = \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 21 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -0.863 \\ 0.210 \\ 0.826 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.40 \\ 7.63 \\ 23.50 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 24 \end{pmatrix}$$

检验 X'''_1 的可行性, 如前所述.

变异操作完成后, 得到变异后的群体 X'''_i , 列于表2中. 至此, 从初始群体经过复制、交叉和变异等遗传操作过程, 得到新一代的群体.

经过18代后, 得到最优解

$$X^* = (7.5, 7.28), \quad f(X^*) = 196.42$$

目标值相对误差

$$\delta = \frac{D_{\max} - D_{\min}}{D_{\min}} = \frac{197.92 - 196.42}{196.42} =$$

$$0.0051 < \varepsilon = 0.01 \text{ (规定值)}$$

这是本次研究的优化收敛准则. 遗传算法操作结束. 现将传统设计与遗传算法优化设计的参数设计结果, 列于表3中.

表3 设计结果比较
Tab.3 Comparison of design results

方法	b_2/mm	$\beta_2/(\circ)$	z	D_2/mm
传统设计	7	36	6	198
遗传算法	7.5	28	7	196

4 结论

采用遗传算法对低比速离心泵参数进行了优化设计研究; 以一台离心泵设计为实例, 得出了参数优化设计结果. 泵效率有了一定的提高, 消除了原有扬程曲线的驼峰现象. 遗传算法设计方法与传统设计

方法相比,具有思想简单,易于实现,应用效果显著等优点,对各种型式泵和优化设计都具有重要参考价值。

参考文献 (References)

- [1] 何希杰. 低比速离心泵规范化设计方法[J]. 水泵技术, 2006(3): 8-10.
HE Xi-jie. Standardized design method of low-middle specific speed centrifugal pump impeller [J]. *Pump Technology*, 2006(3): 8-10. (in Chinese)
- [2] 王春林. 低比转离心式渣浆泵叶轮的优化设计[J]. 排灌机械, 1999, 17(4): 2-6.
WANG Chun-lin. Optimum design of low specific-speed centrifugal slurry pump [J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 1999, 17(4): 2-6. (in Chinese)
- [3] 韩绿霞, 宋怀俊. 低比转数离心泵叶轮优化设计方法研究[J]. 水泵技术, 2007(4): 22-24.
HAN Lv-xia, SONG Huai-jun. Research on optimum design of low specific speed centrifugal pump impellers [J]. *Pump Technology*, 2007(4): 22-24. (in Chinese)
- [4] 张 勤. 动物遗传育种中的计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 46-79.
- [5] 李敏强, 寇纪淞, 林 丹, 等. 遗传算法的原理与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 4-16.
- [6] 陈伦军, 罗延科, 陈海红, 等. 机械优化设计遗传算法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 155-173.
- [7] 梁尚明, 殷国富. 现代机械优化设计方法[M]. 北京: 化学工业出版社, 2005: 264-286.
- [8] 何希杰. 离心泵各种效率不同公式精度的比较[J]. 通用机械, 2005(10): 66-69.
HE Xi-jie. Comparison on calculation accuracy of different efficiency formulae in centrifugal pump [J]. *General Machinery*, 2005(10): 66-69. (in Chinese)
- [9] 何希杰, 劳学苏. 离心泵水力效率公式精度的评价[J]. 水泵技术, 2005(1): 12-14.
HE Xi-jie, LAO Xue-su. Evaluate on calculation accuracy of centrifugal pump hydraulic efficiency formulae [J]. *Pump Technology*, 2005(1): 12-14. (in Chinese)
- [10] 何希杰, 朱广奇, 劳学苏. 多级离心泵设计方法[J]. 通用机械, 2007(S2): 50-52.
HE Xi-jie, ZHU Guang-qi, LAO Xue-su. Designing method of multistage pump [J]. *General Machinery*, 2007(S2): 50-52. (in Chinese)
- [11] 何希杰, 刘家柏, 杨 文, 等. 低比转离心泵范围的界定[J]. 流体机械, 2000, 28(11): 36-37, 21.
HE Xi-jie, LIU Jia-bo, YANG Wen, et al. Delimitation on low specific speed centrifugal pump [J]. *Fluid Machinery*, 2000, 28(11): 36-37, 21. (in Chinese)
- [12] 何希杰, 钟 震. 单级离心泵设计规律与趋势[J]. 排灌机械, 1991, 9(2): 4-8.
HE Xi-jie, ZHONG Zhen. Designable regularity and trend about single-stage centrifugal pump [J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 1991, 9(2): 4-8. (in Chinese)
- [13] Turton R K. *Principles of Turbomachinery* [M]. London: E. & F. N. Spon Ltd., 1984: 91-116.
- [14] 松本一成, 黑川淳一, 松井纯, 等. 极低比速度ポンプの性能と諸パラメータの影響[J]. ターボ機械 (S0385-8839), 1999, 27(12): 43-51.
- [15] 何希杰, 朱广奇, 胡金生. 低比转泵几何参数对扬程综合影响的灰色理论分析[J]. 排灌机械, 2006, 24(2): 1-3.
HE Xi-jie, ZHU Guang-qi, HU Jing-sheng. Analysis of comprehensive influence of geometrical parameters on low specific speed pump head by using grey theory [J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 2006, 24(2): 1-3. (in Chinese)

(责任编辑 张文涛)