荷电颗粒多相湍流数学模型的构建

罗惕乾，王军锋，毛惠敏，闻建龙，王晓英
（江苏大学 能源与动力工程学院，江苏 镇江 212013）

摘　要：随着静电喷雾技术的发展，对荷电多相湍流的研究也不断深入，由于这一流动现场极其复杂，模型构建的难度增大。在多相湍流模型建立的理论基础上，采用双流体模型，考虑湍流脉动与电场耦合作用，引入“体平均”概念，构建了荷电多相湍流数学模型。“双流体”多相湍流模型在工业领域模拟复杂湍流中的成功应用和不断发展，为荷电多相湍流提供了新的工程模拟模型和方法。在单相荷电流体湍流模型方程建立的基础上，根据“双流体”多相湍流模型建立的理论基础，把荷电颗粒当作拟流体处理，借用拟流体多相湍流描述方程建立的方法，推导了荷电颗粒拟流体多相湍流的描述方程，为进一步获得荷电颗粒拟流体多相湍流模型提供了基础。

关键词：多相湍流；荷电；拟流体；静电喷雾；体平均
中图分类号：O359　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1005－6254(2007)03－0050－03

Establishment of charged particles pseudo-fluid multi-phase turbulent governing equations

LUO Ti-qian, *WANG Jun-feng*, *MAO Hui-min*, *WEN Jian-long*, *WANG Xiao-ying*
(School of Energy and Power Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

Abstract: Along with the development of the electrostatic atomization, the research of the charged multi-phase turbulent flow is expanding. It is difficult to find a model strategy to simulate it, as the charged multiphase turbulent flow is rather complex. Based on the theoretical principle of making multiphase turbulence model, the "double fluid" model and the concept of the "body average" are applied, which consider not only the interaction between phases but also the inter-particle-phase dispersion and sliding action. The mathematics model of the charged multiphase turbulent flow was set up. Regarding charged particle phase as a fluid phase, we applied the method of establishing normal pseudo-fluid multi-phase governing equations to deduce charged particle pseudo-fluid multi-phase governing equations, which provide the basis for modeling charged particle pseudo-fluid multi-phase turbulent flow.

Key words: multi-phase turbulence flow; charged; pseudo-fluid; electrostatic atomization; body average

静电喷雾技术在农药喷洒、工业喷涂、微米及纳米粉体和膜材料制备、生物功能材料制备、喷雾燃烧等领域的应用不断扩大，荷电多相流动的研究也在不断深入[1]。对于多相湍流模式理论的研究，从周培源先生建议将多相流体力学与湍流的研究相结合到Lauder，Spalding等人加以实现和发展，经过近40年的研究与发展，已成为目前解决工程中复杂湍流问题的经济而合理的方法[2-4]。荷电多相湍流模式理论是在此基础之上，引入了电场作用。自20世纪90年代以来，构建了一些模拟荷电多相流动的湍流模型，并在数值模拟和工程预报中应用[5,6]。随着研究的不断深入，从只考虑颗粒受外加电场作用，

收稿日期：2006－08－16
基金项目：国家发展与改革委员会资助项目[发改高技(2003)2140]
作者简介：罗惕乾(1938－)，男，湖南衡东人，教授，博士生导师，主要从事荷电两相流理论及应用的研究。
王军锋(1975－)，男，山东烟台人，副教授，博士，主要从事荷电多相流理论与应用、流场现代测试技术及应用的研究。

万方数据

到全面考虑外加的空间诱导电场和带电颗粒诱导电场的综合作用。笔者采用双流体模型，即将颗粒相视作拟流体，是研究的流动空间中运动的连续介质。在文献[7]推导出的单相荷电拟流体 $k-\varepsilon$ 湍流模型工作的基础上，构建描述荷电颗粒拟流体的多相湍流模型。

1　相守恒方程组

在荷电两相流混合物中取一个流体微元体积 $\mathrm{d}\Omega$ 作为控制体，荷电颗粒相占据的体积为 $\mathrm{d}\Omega_\mathrm{p}$，荷电颗粒相与相的交界面为 $\mathrm{d}A_\mathrm{p}$，荷电颗粒相的体积分数为

$$\frac{\mathrm{d}\Omega_\mathrm{p}}{\mathrm{d}\Omega}=\Phi_\mathrm{p} \tag{1}$$

则各相守恒方程组：

连续方程：

$$\frac{\partial\tilde{\rho}_k}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\rho}_k\tilde{v}_{kj})=0 \tag{2}$$

荷电相动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\rho}_\mathrm{p}\tilde{v}_{\mathrm{p}i})+\frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\rho}_\mathrm{p}\tilde{v}_{\mathrm{p}j}\tilde{v}_{\mathrm{p}i})=$$

$$\frac{\partial\tilde{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\tau}_{\mathrm{p},ij})+\tilde{\rho}_\mathrm{p}g_i+E\tilde{q}_\mathrm{p} \tag{3}$$

气相动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\rho}\tilde{v})+\frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\rho}\tilde{v}_j\tilde{v}_i)=\frac{\partial\tilde{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\tau}_{ij})+\tilde{\rho}g_i \tag{4}$$

式(3)中的 E 为流体微元体积 $\mathrm{d}\Omega$ 所处空间位置的电场强度，$\tilde{q}_\mathrm{p}$ 为微元控制体整体所带电荷量，控制体内荷电颗粒所带电量在控制体范围的宏观体现。

2　荷电两相流的体平均守恒方程组

引入“体平均”的概念，即宏观流场中，流体微元内各变量值是控制体 $\mathrm{d}\Omega$ 的平均值：

$$F_k=\langle\hat{f}_k\rangle=\frac{1}{\mathrm{d}\Omega}\int_{\mathrm{d}\Omega_k}\tilde{f}_k\mathrm{d}\tilde{\Omega}$$

式中“~”为微观相内的真实值；〈〉为体积 $\mathrm{d}\Omega$ 中的平均值；F_k 为 k 相的某变量。

由体平均的定义与基本概念，根据 Leibniz 法则，标量 f_k 或张量 $\boldsymbol{f}_{ki}$ 的导数的体平均值与体平均值的导数有如下关系[5]：

$$\left\langle\frac{\partial\tilde{f}_k}{\partial t}\right\rangle=\frac{\partial\langle\hat{f}_k\rangle}{\partial t}-\frac{1}{\mathrm{d}\Omega}\int_{\mathrm{d}A_k}\tilde{f}_k\tilde{v}_{sj}\boldsymbol{n}_{kj}\,\mathrm{d}\tilde{A} \tag{5}$$

$$\left\langle\frac{\partial\tilde{f}_k}{\partial x_i}\right\rangle=\frac{\partial\langle\hat{f}_k\rangle}{\partial x_i}+\frac{1}{\mathrm{d}\Omega}\int_{\mathrm{d}A_k}\tilde{f}_k\boldsymbol{n}_{ki}\,\mathrm{d}\tilde{A} \tag{6}$$

$$\left\langle\frac{\partial\tilde{f}_{kj}}{\partial x_j}\right\rangle=\frac{\partial\langle\hat{f}_{kj}\rangle}{\partial x_j}+\frac{1}{\mathrm{d}\Omega}\int_{\mathrm{d}A_k}\tilde{f}_{kj}n_j\,\mathrm{d}\tilde{A} \tag{7}$$

式中，$\tilde{v}_{sj}$ 为相交界面位移速度；$\boldsymbol{n}_{kj}$，$\boldsymbol{n}_{ki}$ 为 k 相交界面上外法向单位矢量。

由式(5)～式(7)的关系对式(2)～式(4)各项取体平均，加以展开，可以得到荷电两相流的体平均守恒方程组：

流体相连续方程

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j)=S \tag{8}$$

荷电颗粒相连续方程

$$\frac{\partial\rho_\mathrm{p}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}j})=S_\mathrm{p} \tag{9}$$

混和物连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho+\sum\rho_\mathrm{p})+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j+\sum\rho_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}j})=0 \tag{10}$$

流体相动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_jv_i)=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j}+\Delta\rho g_i+\sum_p\frac{\rho_\mathrm{p}}{\tau_{\mathrm{r}p}}(v_{\mathrm{p}i}-v_i)+v_iS+F_{\mathrm{M}i} \tag{11}$$

荷电颗粒相动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}i})+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}j}v_{\mathrm{p}i})=-\frac{\partial p_\mathrm{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial\tau_{\mathrm{p},ij}}{\partial x_j}+\frac{\rho_\mathrm{p}}{\tau_{\mathrm{r}p}}(v_i-v_{\mathrm{p}i})+v_iS_\mathrm{p}+F_{\mathrm{p,M}i}-E_iq_\mathrm{p}^0 \tag{12}$$

此处 q_p^0 为两相控制体的表观量，与液滴的实际荷质比加以区别。

混合物动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i+\sum\rho_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}i})+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_jv_i+\sum_p\rho_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}j}v_{\mathrm{p}i})=-\frac{\partial(p+\sum\rho_\mathrm{p})}{\partial x_i}+\frac{\partial(\tau_{ij}+\tau_{\mathrm{p},ij})}{\partial x_j}+\rho g_i+\sum\rho g_i-\sum E_iq_\mathrm{p} \tag{13}$$

式(8)中 $S=-\sum_p S_\mathrm{p}=-\sum_p n_\mathrm{p}\dot{m}_\mathrm{p}$ 为单位体积中体平均的源项

$$\rho_\mathrm{p}=n_\mathrm{p}m_\mathrm{p},\qquad S_\mathrm{p}=n_\mathrm{p}\dot{m}_\mathrm{p}$$

$$m_\mathrm{p}=\frac{\pi d_\mathrm{p}^3}{6}\cdot\bar{\rho}_\mathrm{p},\qquad \dot{m}_\mathrm{p}=\frac{\mathrm{d}m_\mathrm{p}}{\mathrm{d}t}$$

万方数据

式中 n_p 为荷电颗粒的数密度；m_p 为荷电颗粒的质量。

F_{Mi} 为 Magnus 力，v_iS 为相变引起的动量源项。

3 荷电颗粒湍流多相流时均方程组

采用对单相流瞬时方程组进行 Reynolds 展开的方法，将各瞬时分量分解为时均量及脉动量，即取

$$\rho = \bar{\rho} + \rho', v_i = \bar{v_i} + v'_i, v_j = \bar{v_j} + v'_j$$

$$n_p = \bar{n}_p + n'_p, v_{pi} = \bar{v}_{pi} + v'_{pi}, v_{pj} = \bar{v}_{pj} + v'_{pj}$$

$$\dot{m}_p = \bar{\dot{m}}_p + m'_p$$

将荷电颗粒相的瞬时守恒式(9)，式(12)代入 $\rho_p = n_p m_p$ 展开，并将各项除以 m_p，得到如下形式的颗粒相瞬时守恒方程组：

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(n_p v_{pj}) = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_p v_{pj}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(n_p v_{pj} v_{pi}) = n_p g_i + \frac{n_p(v_i - v_{pi})}{\tau_{rp}} + \frac{(v_i - v_{pi}) n_p \dot{m}_p}{m_p} + \frac{F_{p,Mi}}{m_p} - E_i n_p q_p \tag{15}$$

式(15)中忽略了荷电颗粒相内部压力及粘性，并且有 $E_i \tilde{q}_p = E_i n_p \frac{\pi d_p^3}{6} \rho_p q_p$；$\frac{\pi d_p^3}{6}\rho_p = m_p$，因此 $\frac{E_i \tilde{q}_p}{m_p} = E_i n_p q_p$

将时均值及脉动值代入气相及荷电颗粒相方程组，再进行时平均，并去掉时均量的平均号，可以得到湍流荷电多相流的时均方程组：

流体相连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho' v'_j}) + S - \sum \overline{n'_p \dot{m}'_p} \tag{16}$$

荷电颗粒相连续方程

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_p}(\rho_p v_{pj}) = S_p - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho' v'_{pj}}) + \overline{n'_p \dot{m}'_p} \tag{17}$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(n_p v_{pj}) = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{n'_p v'_{pj}}) \tag{18}$$

流体相动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \Delta \rho g_i + \sum \frac{\rho_p(v_{pi} - v_i)}{\tau_{rp}} + v_i S + F_{Mi} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{v'_j v'_i} + v_i \overline{\rho' v'_j} + v_j \overline{\rho' v'_i} + \overline{\rho' v'_j v'_i}) + \sum \frac{m_p}{\tau_{rp}}(\overline{n'_p v'_{pi}} - \overline{n'_p v'_i}) - v_i \sum \overline{n'_p \dot{m}'_p} - \sum n_p \overline{v'_i \dot{m}'_p} - \sum \dot{m}_p \overline{n'_p v'_i} - \sum \overline{v'_i n'_p \dot{m}'_p} \tag{19}$$

荷电颗粒相动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_p v_{pi}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(n_p v_{pj} v_{pi}) = n_p g_i + \frac{n_p(v_i - v_{pi})}{\tau_{rp}} + \frac{(v_i - v_{pi}) n_p \dot{m}_p}{m_p} + \frac{F_{p,Mi}}{m_p} - E_i n_p q_p - \frac{\partial}{\partial x_j}(n_p \overline{v'_{pj} v'_{pi}} + v_{pj} \overline{n'_p v'_{pi}} + v_{pi} \overline{n'_p v'_{pj}} + \overline{n'_p v'_{pj} v'_{pi}}) + \frac{\overline{n'_p v'_i} - \overline{n'_p v'_{pi}}}{\tau_{rp}} + (v_i \overline{n'_p \dot{m}'_p} + n_p \overline{v'_i \dot{m}'_p} + \dot{m}_p \overline{n'_p v'_i} + \overline{n'_p v'_i \dot{m}'_p} - \overline{v_{pi} n'_p m'_p} - n_p \overline{n'_{pj} \dot{m}'_p} - \frac{\dot{m}_p \overline{n'_p v'_{pi}} - \overline{n'_p v'_{pi} \dot{m}'_p}}{m_k} - \overline{n'_p E'_i q_p} - \frac{\partial}{\partial t}(\overline{n'_p v'_{pi}}) \tag{20}$$

式(16) ~ 式(20)组成了湍流荷电两相流或多相流的最一般的数学模型。

4 结 论

以双流体多相湍流模式理论为基础，将颗粒相视为连续介质即拟流体，引入电场对荷电颗粒的作用项，采用体平均的方法，构建了描述荷电颗粒多相湍流的数学模型。该描述方程组考虑了湍流脉动与电场耦合作用，其中的 $\overline{n'_p E'_i q_p}$ 项描述了电场脉动对颗粒相的作用。该模型的建立使荷电颗粒拟流体的湍流数学模型更为精确。

参考文献(References)

[1] 王军锋. 静电喷雾燃烧的基础研究[D]. 镇江：江苏大学，2002.

[2] 任国平，沙 毅，王军峰，等. 荷电两相流中荷电尘粒聚并机理及其应用[J]. 排灌机械，2006，24(1)：50-52.

[3] 高正平，罗惕乾，康 灿，等. 荷电气固两相流动管内输运流场的试验研究[J]. 排灌机械，2006，24(3)：31-34.

[4] 王军锋，陈 燕，罗惕乾. 荷电流体 $k-\varepsilon$ 双方程湍流模型的建立[J]. 排灌机械，2003，21(5)：43-46.

[5] 金晗辉. 荷电两相湍流理论在病虫害防治技术中的应用研究[D]. 镇江：江苏理工大学，1999.

[6] 周浩生. 荷电气固两相流动理论及应用[D]. 镇江：江苏理工大学，1997.

[7] 王贞涛，闻建龙，陈 燕. 静电雾化理论及应用技术研究[J]. 排灌机械，2004，22(6)：41-44.

(责任编辑 贾国方)

万方数据