荷电两相流动颗粒运动微分方程的建立

闻建龙，陈汇龙，王军锋，陈松山
（江苏大学，江苏 镇江 212013）

摘　要：荷电两相流动主要研究荷电颗粒的群体行为，从研究连续相中的荷电颗粒受力着手，选择Stokes阻力作为基准，确定了荷电两相流动中的主要受力，并对在荷电情况时颗粒群的粘性阻力系数进行了修正。根据牛顿运动定律，给出了一般形式的运动微分方程。这一方程的导出，对荷电两相流动的研究起到了一定的促进作用。

关键词：荷电两相流动；颗粒群；方程
中图分类号：O359.1　　文献标识码：A　　文章编号：1005-6254(2003)04-0043-03

荷电两相流动广泛存在于生产实际，如静电喷涂、静电除尘、静电农药喷洒、静电燃油喷雾等。由于荷电两相流动的复杂性，目前尚未形成其理论体系。本文旨在建立描述荷电两相流动颗粒运动微分方程组。

1　荷电颗粒的受力情况

荷电两相流动主要研究荷电颗粒的群体行为，群体荷电颗粒的运动规律同单个颗粒的运动不完全一样，但它们之间有着密切的联系，研究单个颗粒运动是研究群体颗粒运动的基础。

以无界流场中直径为 d，密度为 ρ_p 的单个球形颗粒为例给出每个力的表达式。

设 ρ_c，μ，υ 分别为连续相流体的密度、动力粘性系数、运动粘性系数，$\bar{g}$ 为重力加速度，$\bar{v}_p$ 为颗粒速度，$\bar{v}_c$ 为连续相速度，q 为颗粒带电量，$\bar{E}$ 为外电场强度。

1）电场力

这是荷电两相流动特有的力，当荷电粒子在电场中运动时受到的作用力。

$$\bar{F}_q = q\cdot\bar{E} \tag{1}$$

2）惯性力

$$\bar{F} = m_p\bar{a}_p = \frac{1}{6}\pi d^3\rho_p\frac{d\bar{v}_p}{dt} \tag{2}$$

3）阻力

$$\bar{F}_D = 3\pi\mu d(\bar{v}_c-\bar{v}_p)f(Re) \tag{3}$$

4）压差力

$$\bar{F}_{\Delta p} = -\frac{1}{6}\pi d_p^3\nabla p \tag{4}$$

式中 ∇p 为压强梯度。

5）重力

$$\bar{F}_g = m_p\bar{g} = \frac{1}{6}\pi d^3\rho_p\bar{g} \tag{5}$$

6）附加质量力

颗粒以相对加速度在连续相中加速度时，必将带动其周围的部分流体加速，引起对颗粒的阻力，这种效应等价于颗粒具有一个附加质量。

$$\bar{F}_K = -\frac{1}{12}\pi d^3\rho_c\left(\frac{d\bar{v}_p}{dt}-\frac{d\bar{v}_c}{dt}\right) \tag{6}$$

7）巴西特加速度（Basset）力

$$\bar{F}_B = \frac{3}{2}d^2\rho_c\sqrt{\pi\upsilon}\int_{t_0}^{t}\frac{d(\bar{v}_p-\bar{v}_c)}{d\tau}\cdot\frac{1}{\sqrt{t-\tau}}d\tau \tag{7}$$

8）马格努斯（Magnus）力

颗粒以角速度 $\bar{\omega}$ 旋转时，产生的侧向力，称为Magnus力。

$$\bar{F}_M = \frac{\pi}{8}d^3\rho_c(\bar{v}_c-\bar{v}_p)\times\bar{\omega} \tag{8}$$

9）萨夫曼（Saffman）力

由于连续相流场存在速度梯度，颗粒受到附加侧向力，即Saffman力。

$$F_{Sa} = 1.62d^2\sqrt{\rho_c\mu}|\bar{v}_c-\bar{v}_p|\cdot\sqrt{\left|\frac{\partial\bar{v}_c}{\partial y}\right|} \tag{9}$$

基金项目：江苏省高校自然科学基金项目（02KJD470002）
作者简介：闻建龙（1962-），男，江苏常熟人，副教授，主要从事流体力学的教学与科研。

万方数据

10）升力

$$F_L = \frac{1}{8}\pi d^2 \rho_c C_l \left|\vec{v}_c - \vec{v}_p\right|^2 \qquad (10)$$

式中 C_l 为升力系数。

2 荷电颗粒的受力分析及量级比较

2.1 受力分析及量级比较

为了估计各种力的相对重要性，对荷电颗粒所受各力进行量级比较是有意义的。

在荷电两相流中，阻力是十分重要的力，对于单个球形颗粒在无界流场中的阻力，这方面的研究已相当充分。为此，选择 Stokes 阻力 $\vec{F}_s$（在阻力 $\vec{F}_D$ 的表达式中令 $f(Re)=1$，即为 Stokes 阻力）作为 Basset 力、Magnus 力和 Saffman 力量级比较的基准。

1）Stokes 阻力

由阻力公式（3），令 $f(Re)=1$，则可得 Stokes 阻力

$$\vec{F}_S = 3\pi\mu d(\vec{v}_c - \vec{v}_p) \qquad (11)$$

2）Basset 力

$$\frac{\vec{F}_B}{\vec{F}_S} \approx \frac{d}{2\sqrt{\pi\upsilon(t-t_0)}}$$

设 Basset 力达到 Stokes 力的 1/20，则从上式可解得

$$t - t_0 \leq 31d^2/\upsilon \qquad (12)$$

取 $d=0.01$cm，$\upsilon=0.01$cm^2/s (20℃水)，则 $t-t_0 \leqslant 0.08$s。只有在加速运动初期，即（$t-t_0$）小于或近于 $31d^2/\upsilon$ 时，Basset 力才是重要的，否则可以忽略。

3）Magnus 力

$$\frac{\vec{F}_M}{\vec{F}_S} = \frac{\omega d^2}{24\upsilon}$$

同样，设 Magnus 力达到 Stokes 阻力的 1/20，则从上式解得

$$\omega \geq \frac{24\upsilon}{d^2} \qquad (13)$$

取 $d=0.01$cm，$\upsilon=0.01$cm^2/s (20℃水)，则 $\omega \geqslant 200$r/s。所以除非颗粒旋转很强，否则 Magnus 力可以忽略。

4）Saffman 力

$$\frac{\vec{F}_{Sa}}{\vec{F}_S} = 0.17\frac{d}{\sqrt{\upsilon}}\sqrt{\left|\frac{\partial v_c}{\partial y}\right|}$$

同样，设 Saffman 力达到 Stokes 阻力的 1/20，则从上式解出

$$\frac{\partial v_c}{\partial y} > 0.09\frac{\upsilon}{d^2} \qquad (14)$$

取 $d=0.01$cm，$\upsilon=0.01$cm^2/s（20℃水），则 $\frac{\partial v_c}{\partial y} \geqslant 90$（cm/s）/cm。

除非流场速度梯度很大，或近壁面处高剪切区，否则 Saffman 力可忽略。

5）附加质量力

附加质量力是荷电颗粒在连续相中加速运动时产生的力，选择惯性力作为附加质量力量级比较的基准。

$$\frac{\vec{F}_K}{\vec{F}} \approx \frac{1}{2}\frac{\rho_c}{\rho_p} \qquad (15)$$

若颗粒密度远大于连续相流体的密度，则附加质量力远小于惯性力。如连续相流体为空气，则附加质量力可以忽略。

6）升力

对于球形颗粒，升力系数 $C_l=0$，对于非球形颗粒，每个颗粒虽有不为零的升力，但颗粒群中由于各颗粒取向的随机性，这些力互相抵消，因此，在荷电两相流中可以不考虑升力。

2.2 荷电两相流动主要的受力

在一般的气液、气固荷电两相流动中，由于 $\rho_c/\rho_p << 1.0$，且无高剪切区，所以附加质量力、Basset 力、Saffman 力、Magnus 力、升力均可忽略。荷电颗粒主要受力为：静电力 $\vec{F}_q$、惯性力 $\vec{F}$、阻力 $\vec{F}_D$、重力 $\vec{F}_g$、压差力 $\vec{F}_\varphi$、附加质量力 $\vec{F}_K$，其中 $\vec{F}_D$、$\vec{F}_K$ 为相间阻力。

2.3 颗粒群对粘性阻力的影响

同单颗粒情况相比，荷电颗粒群的运动需要考虑：荷电颗粒之间的相互影响引起的阻力系数的变化。在荷电两相流中，当颗粒被充以相同极性的电荷后，由于同种电荷之间的相互排斥作用，从而降低了颗粒之间的碰撞机会，应对 Stokes 阻力公式加以修正。

对 Stokes 阻力公式的修正可采用：

万方数据

$$\psi=\beta\frac{C_D}{(C_D)_{stokes}}=\beta\frac{4+3\alpha_p+3(8\alpha_p-3\alpha_p^2)^{1/2}}{(2-3\alpha_p)^2}$$

式中 β 为荷电影响系数，α_p 为离散相颗粒浓度。

3　颗粒运动微分方程

荷电颗粒运动遵循牛顿运动定律，将各种力叠加，给出一般形式的运动微分方程如下：

$$m_p\frac{d\vec{v}_p}{dt}=\sum\vec{F}=\vec{F}_q+\vec{F}_D+\vec{F}_M+\vec{F}_g+\vec{F}_K$$

将以上各力的表达式代入并整理可得

$$\frac{d\vec{v}_p}{dt}=A_q\vec{E}+\frac{\vec{v}_c-\vec{v}_p}{\tau_v}-\frac{1}{\rho_p}\nabla p+\vec{g}-\frac{1}{2}\frac{\rho_c}{\rho_p}\left(\frac{d\vec{v}_p}{dt}-\frac{d\vec{v}_c}{dt}\right)\qquad(16)$$

式中 $A_q=\frac{q}{m_p}$ 称为荷质比，即单位质量的物质所带的电荷量，$\tau_v=\frac{\rho_p d^2}{18\mu f(Re)}$ 称为速度驰豫时间。

不计荷电颗粒对流体的反作用力，可写出连续相流体的运动微分方程为

$$\frac{d\vec{v}_c}{dt}\approx\frac{1}{\rho_c}\nabla p+\vec{g}\qquad(17)$$

由式（16）和式（17）可消去压强项，得到如下的单颗粒运动微分方程

$$\left(1+\frac{1}{2}\frac{\rho_c}{\rho_p}\right)\frac{d\vec{v}_p}{dt}=A_q\vec{E}+\frac{\vec{v}_c-\vec{v}_p}{\tau_v}+\frac{3}{2}\frac{\rho_c}{\rho_p}\frac{d\vec{v}_c}{dt}+\left(1-\frac{\rho_c}{\rho_p}\right)\vec{g}\qquad(18)$$

令

$$a=\left(1+\frac{1}{2}\frac{\rho_c}{\rho_p}\right),\quad b=\frac{3}{2}\frac{\rho_c}{\rho_p},\quad c=\left(1-\frac{\rho_c}{\rho_p}\right)$$

则式（18）可写成

$$a\frac{dv_p}{dt}=A_q\vec{E}+\frac{\vec{v}_c-\vec{v}_p}{\tau_v}+b\frac{d\vec{v}_c}{dt}+c\vec{g}\qquad(19)$$

当连续相流体是气体时，$\rho_c/\rho_p<<1.0$，因而 $a\approx b$，$c\approx 1$，$b\approx 0$，则式（19）可简化为

$$\frac{d\vec{v}_p}{dt}=A_q\vec{E}+\frac{\vec{v}_c-\vec{v}_p}{\tau_v}+\vec{g}\qquad(20)$$

式（17）和式（19）或式（20）组成了求解荷电单颗粒及连续相流体的运动方程组。

以上根据牛顿运动定律，给出了一般形式的运动微分方程，这一方程的导出，对荷电两相流动的研究起到一定的促进作用。

参考文献：

[1] 闻建龙，王军锋，陈松山等. 荷电改善喷雾均匀性的实验研究[J]. 排灌机械，2000，18(5)：45-47.

[2] 周力行. 多相湍流反应流体力学[M]. 北京：国防工业出版社，2002.

[3] 刘大有. 二相流体动力学[M]. 北京：高等教育出版社，1993.

[4] 罗惕乾. 流体力学[M]. 北京：机械工业出版社，1999.

[5] 张宝铭. 静电防护技术手册. 北京：电子工业出版社，2000.

[6] 闻建龙，王军锋，张军等. 柴油高压静电雾化燃烧的研究[J]. 内燃机学报，2003，22(1)：30~34.

Establishment on Two Phase Flow Charged Particles Motion Equation

WEN Jian-long, CHEN Hui-long, WANG Jun-feng, CHEN Song-shan

(Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

Abstracts: Charged two phase flow majors in investigating collective behavior of the charged particles. Based on analysing the force action on the charged particles in the continuous phase, this paper chooses Stokes force as the standard resistance and compares the magnitude of different resistance. According to the Newton motion law, motion differential equation is put forward. The reasoning of this equation promotes the research of the electrostatic charged two phase flow.

Key Words: Electrostatic charged two phase flow ; Charged particles ; Motion equation

万方数据