

离心泵轴面流线分点的解析计算

严敬, 王桃, 李维承, 阚能琪

(西华大学 能源与环境学院, 四川 成都 610039)

摘要: 为提高使用保角变换法绘型离心泵叶轮叶片的绘型精度和缩短计算周期, 研究了在轴面投影图上前盖板流线含有两段相切圆弧的复杂条件下, 沿下圆弧流线分点的计算原则与方法. 以数学分析为基础, 讨论了构成前盖板流线的下圆弧上第一个分点3种可能出现的位置特点, 分别导出了每种可能条件下确定分点位置的超越方程. 这些方程的解精确确定下圆弧第一个分点的位置, 有效提高轴面流线上分点的位置精度, 改善了叶片绘型的精确性和可靠性. 所给方法能改变在保角变换法绘型叶片过程中, 以手工在轴面上反复试运算取点及由此产生的叶片型线光滑性和连续性不够理想的状况.

关键词: 离心泵; 轴面流线分点; 叶轮; 设计; 数学分析

中图分类号: TH311 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-6254(2009)03-0137-03

Precise calculation for points along meridional streamline of centrifugal pumps

Yan Jing, Wang Tao, Li Weicheng, Kan Nengqi

(School of Energy and Environment, Xihua University, Chengdu, Sichuan 610039, China)

Abstract: In order to improve the precision in blade drawing of centrifugal pump impellers and to shorten drawing period involved in conformal transformation methods, the calculation principles and methods are studied to determine the locations of dividing points along streamline when the front shroud streamline on meridional plane comprises two arcs tangential to each other. Based on mathematical analysis, 3 possible locations of the first point on the lower arc which is a part of the front meridional streamline were described, and 3 transcendental equations suitable to each case were derived. The solutions to these equations will determine the accurate locations of first point on lower arc and improve the shape of blade contours. The principles and methods presented here will alter the traditional manual way in blade drawing process and the resulting poor continuity and smoothness of blade contours.

Key words: centrifugal pump; dividing meridional streamline; impeller; design; mathematical analysis

保角变换法是绘型扭曲叶片的一种典型方法. 这一方法理论严密, 在过程中可以调整叶片包角大小, 仍有较大发展空间^[1-3]. 在保角变换法设计叶片过程中, 关键步骤之一是要在已确定的叶片轴面投影图上对轴面流线分点. 分点的实质是要在轴面流线所代表的流面上形成方格网. 在传统的手工绘型过程中, 分点按如下方法进行^[1,4,5].

图1中有一轴面流线, 同时还有一夹角为给定值 $\Delta\theta$ (一般取 $3^\circ \sim 5^\circ$) 的锐角, 锐角顶点在叶轮轴心线上, 锐角平分线垂直于叶轮轴心线. 在确定了轴面流线上分点3之后, 点4应这样确定: 在轴面流线上分点3之下试取一点4, 量出点3, 4之间的曲线长度 Δs , 同时经点3, 4的等分点作一水平线与锐角平分线相交, 再以锐角顶点为圆心, 以顶点到交点的

收稿日期: 2009-04-13

基金项目: 四川省重点学科项目(SZD6412)

作者简介: 严敬(1947—), 男, 江苏苏州人, 教授(pzlw2005@yahoo.com.cn), 主要从事泵类机械流场分析及设计新方法的研究.

王桃(1978—), 女, 四川成都人, 讲师(mailtowangtao@sohu.com), 主要从事泵类机械设计新方法的研究.

距离为半径作一圆弧,圆弧在锐角两边之间的弧长量得为 Δd . 如果 $\Delta s = \Delta d$, 表明点 4 位置正确, 否则应重新确定点 4, 直到两弧基本等长.

上述方法工作周期长, 结果精度低. 以计算方法结合高级算法语言确定轴面流线上各分点的位置已成为提高设计效率和精度的迫切要求. 实际上这些问题在文献[1]中已初步解决, 该文献给出了前后盖板流线的分点算法和程序. 但是这一方法只适合于流线由直线和一段单圆弧相切构成的简单情况. 为获得更理想的叶轮轴面投影图, 保证轴面液流水断面面积与流道中线曲线分布更合理, 有时需要用两段相切圆弧及直线构成前盖板轴面流线, 文献[1]给出的方法不能解决这样的问题. 笔者将通过数学分析导出这种复杂曲线的分点原则与方法.

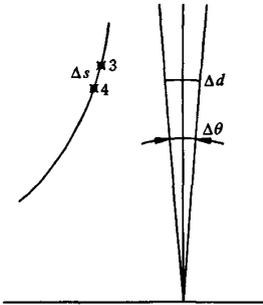


图 1 轴面流线分点原则
Fig. 1 Principle in dividing meridional streamline

1 分点前期准备

如图 2 所示, 构成前盖板流线上、下圆弧圆心分别是 u, l 两点, 两圆弧相切于 t 点, u, l 和 t 显然是共线的. 平面直角坐标系的 x 轴与叶轮轴心线重合, y 轴垂直通过叶轮出口边的中点. 假设 u, l 和 t 在此坐标系的坐标 $X_u, Y_u, X_l, Y_l, X_t, Y_t$ 已利用绘图软件读出. 需要说明的是, 这 6 个量是有正负号的. 假定 a 点是上圆弧的最后一个分点, 其坐标 X_a, Y_a 也已确定. 既然 a 点是上圆弧最后一个分点, 下一个分点 b 必然位于下圆弧上, 或与两弧切点 t 重合, 确定 b 点的位置正是笔者所要解决的主要问题.

在数值求解过程中要用到一些相关量, 应事先计算. 上、下圆弧的半径

$$R_u = [(X_u - X_t)^2 + (Y_u - Y_t)^2]^{0.5}$$

$$R_l = [(X_l - X_t)^2 + (Y_l - Y_t)^2]^{0.5}$$

线段 ua 和 ut 与水平线的夹角 β, α (弧度) 为

$$\beta = \arctan (| Y_u - Y_a | / | X_u - X_a |)$$

$$\alpha = \arctan (| Y_u - Y_t | / | X_u - X_t |)$$

当然上述 4 个量也可以用绘图软件直接量出. 两轴面夹角 $\Delta\theta$ 也应事先给定^[6,7].

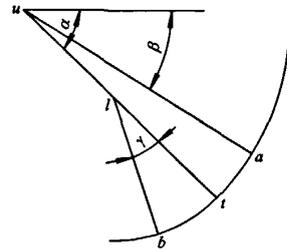


图 2 ab 曲线中点与切点重合
Fig. 2 Middle point of curve ab is same as tangential point

2 轴面流线分点的数值求解

在设计实践中, 可能出现 3 种情况, 现分别讨论如下:

1) 图 2 中, 如果弧长 at 的 2 倍恰好等于切点 t 对应的圆周长, 表明 t 点就是轴面流线 ab 段的中点. 前者即 Δs , 等于 $2R_u(\alpha - \beta)$, 后者即 Δd , 等于 $Y_t \Delta\theta$, 因此, 在 $2R_u(\alpha - \beta) = Y_t \Delta\theta$ 的条件下, 下圆弧上 tb 弧长应等于上圆弧上 at 弧长 $R_u(\alpha - \beta)$. tb 弧对应圆心角 $\gamma = R_u(\alpha - \beta) / R_l$, 由于绘型找点时按弦长比按弧长更方便一些, 由已知的 γ 可求出 b 点到切点 t 点的线性距离为 $2R_l \sin [\gamma / 2]$, 由此即可确定 b 点的位置.

2) 图 3 中, 如果 2 倍上圆弧长 at [$2R_u(\alpha - \beta)$] 大于 t 点对应的圆周长 ($Y_t \Delta\theta$), 轴面流线 ab 段的中点 m 应位于上圆弧上. 假定线段 mu 和线段 tu 的夹角为 φ (弧度), 那么 $\Delta s = 2 \widehat{am} = 2R_u(\alpha - \beta - \varphi)$, m 点对应圆周长 $\Delta d = \Delta\theta [Y_u - R_u \sin(\alpha - \varphi)]$, 由此得到一个关于 φ 的一元方程

$$2R_u(\alpha - \beta - \varphi) = [Y_u - R_u \sin(\alpha - \varphi)] \Delta\theta \tag{1}$$

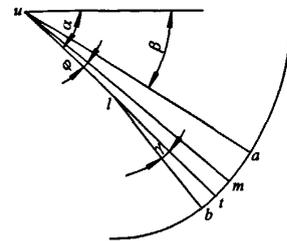


图 3 ab 曲线中点在上圆弧
Fig. 3 Middle point of curve ab lies on upper arc

求解出 φ 后,即确定了轴面流线 ab 段的中点 m 在上圆弧上的位置. 假定线段 bl 和线段 tl 的夹角为 γ (弧度). 由于轴面流线 mb 段 $(R_l\gamma + R_u\varphi)$ 应等于 am 弧段长 $[R_u(\alpha - \beta - \varphi)]$, 由此得到 $\gamma = [R_u(\alpha - \beta - \varphi) - R_u\varphi]/R_l$. 在下弧段上, b 点与切点 t 之间线性距离为 $2R_l\sin(\gamma/2)$, 因而可以确定下圆弧上的第一个分点 b 的位置.

3) 图4中, 如果 $2R_u(\alpha - \beta) < Y_l\Delta\theta$, 轴面流线 ab 段的中点 m 将位于下圆弧上. 假定线段 ml 和线段 tl 的夹角为 φ (弧度), 那么 $\Delta s = 2\widehat{am} = 2[R_u(\alpha - \beta) + R_l\varphi]$, Δd 为 m 点对应圆周长, 应为 $[Y_l - R_l\sin(\alpha + \varphi)]\Delta\theta$, 由此得到一个关于 φ 的一元方程 $2[R_u(\alpha - \beta) + R_l\varphi] = [Y_l - R_l\sin(\alpha + \varphi)]\Delta\theta$ (2)

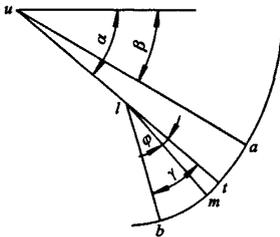


图4 ab 曲线中点在下圆弧
Fig. 4 Middle point of curve ab on lower arc

求解出 φ 后,即确定了轴面流线 ab 段的中点 m 在下圆弧上的位置. 假定线段 bl 和 tl 的夹角为 γ (弧度), 由于 mb 弧段长 $[R_l(\gamma - \varphi)]$ 应等于弧 am 长 $[R_u(\alpha - \beta) + R_l\varphi]$, 得到 $\gamma = [R_u(\alpha - \beta) + R_l\varphi]/R_l + \varphi$, 进一步可得到下圆弧上第一个分点 b 到切点 t 的线性距离为 $2R_l\sin(\gamma/2)$, 由此可以确定下圆弧上的第一个分点 b 的位置.

方程(1)和方程(2)是两个关于 φ 的一元超越方程, 不能获得其解析解, 应选择恰当的数值计算方法, 如2分法等^[8,9], 获得精度较高的近似解.

3 结论

以叶轮轴面投影图上含有两段相切圆弧的复杂前盖板流线为研究对象, 以数学分析方法导出了下圆弧上轴面流线分点位置的超越方程. 这些方程的解将确定各种可能情况下圆弧上分点的精确位置, 具有普遍的适应性. 本文结果为离心泵叶轮设计中常用的保角变换法提供了更坚实的基础和更可靠的

依据, 改变了轴面流线分点由人工完成的现状. 这一结果将提高叶轮绘型的准确性, 也将明显缩短叶轮设计周期, 从而能提高叶轮水力设计质量和叶轮水力性能.

参考文献 (References)

- [1] 严敬. 低比转速离心泵——原理、参数优化及绘型 [M]. 成都: 四川科学技术出版社, 1998: 180 - 189.
- [2] Lobanoff V S, Ross R R. *Centrifugal Pumps: Design and Application* [M]. Houston, Texas: Gulf Publishing Company, 1992: 36 - 40.
- [3] 严敬, 牛妮, 李维承, 等. 保角变换离心式叶片绘型的新方法 [J]. 兰州理工大学学报, 2008, 34(4): 58 - 60.
Yan Jing, Niu Ni, Li Weicheng, et al. A new way to plot centrifugal blades with conformal transformation [J]. *Journal of Lanzhou University of Technology*, 2008, 34(4): 58 - 60. (in Chinese)
- [4] 严敬. 轴面流线分点计算 [J]. 四川工业学院学报, 1999, 18(1): 33 - 36.
Yan Jing. Determination of points along meridian streamlines [J]. *Journal of Sichuan University of Science and Technology*, 1999, 18(1): 33 - 36. (in Chinese)
- [5] 关醒凡. 现代泵技术手册 [M]. 北京: 宇航出版社, 1995: 216 - 218.
- [6] 王福军, 黎耀军, 王文娥, 等. 水泵 CDF 应用中的若干问题与思考 [J]. 排灌机械, 2005, 23(5): 1 - 10.
Wang Fujing, Li Yaojun, Wang Wen'e, et al. Analysis on CFD application in water pumps [J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 2005, 23(5): 1 - 10. (in Chinese)
- [7] 康灿, 杨敏官, 罗杨乾, 等. 高压静电喷洒机的试验 [J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2007, 28(3): 197 - 200.
Kang Can, Yang Minguan, Luo Tiqian, et al. Experiment of high voltage electrostatic spray machine [J]. *Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition*, 2007, 28(3): 197 - 200. (in Chinese)
- [8] Dai Huihui, Li Jibing. *On the Study of Singular Nonlinear Traveling Wave Equations: Dynamical System Approach* [M]. 北京: 中国科学出版社, 2008: 27 - 32.
- [9] Sheng Junfan. Moment inequality and holder inequality for BSDEs [J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2009(1): 11 - 20.

(责任编辑 贾国方)