

doi:10.3969/j.issn.1674-8530.18.1018



## 基于模糊定权的模糊可信性约束 二次规划模型

王友芝, 郭萍\*, 郭珊珊, 刘潇

(中国农业大学水利与土木工程学院, 北京 100083)



王友芝

**摘要:** 为了最大化黑河中游作物产生的经济效益和社会效益,采用模糊定权的方法将多目标效益转化为作物的综合效益权重,并将该权重应用于作物的水分生产函数中,对甘州区、临泽县和高台县的作物(小麦和玉米)进行水量优化配置.该模型为模糊可信性约束二次规划模型,模糊可信性约束中采用三角模糊数,可信性置信水平分别取0.5,0.6,0.7,0.8,0.9和1.0.以2011年的水量优化为例,优化后较优化前作物的配水量减少了3 701.25万 $m^3$ ,产量增加了1 291.28万kg,经济效益和社会效益分别提升了0.28亿元和0.18万人.另外,规划年2020年作物水量配置较现状年(2011年)的小麦和玉米的配水量分别减少了4.98%~5.24%和11.01%~12.07%,缺水情况得到改善.不同条件下的配水结果能够给决策者提供不同的方案.

**关键词:** 不确定水量优化;水分生产函数;气候变化;模糊可信性约束;相对优属度

**中图分类号:** S2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-8530(2018)09-0869-05

王友芝, 郭萍, 郭珊珊, 等. 基于模糊定权的模糊可信性约束二次规划模型[J]. 排灌机械工程学报, 2018, 36(9): 869-873.

WANG Youzhi, GUO Ping, GUO Shanshan, et al. Fuzzy credibility - constrained quadratic programming model based on fuzzy weighted weights[J]. Journal of drainage and irrigation machinery engineering(JDIME), 2018, 36(9): 869-873. (in Chinese)

## Fuzzy credibility - constrained quadratic programming model based on fuzzy weighted weights

WANG Youzhi, GUO Ping\*, GUO Shanshan, LIU Xiao

(College of Water Resources &amp; Civil Engineering, China Agriculture University, Beijing 100083, China.)

**Abstract:** In order to maximize economic and social benefits of crop production in the Heihe middle reach, the water allocations for crops (wheat and maize) in Ganzhou District, Linze County and Gaotai County were optimized. In the optimization, the fuzzy weighted weights method was adopted to transform the multi-objective into a comprehensive benefit weight of crop, and then the weight was applied to the crop water production function. A quadratic programming model of fuzzy credibility - constrained constraint, where the triangular fuzzy number was used, was employed. In addition, the confidence levels of credibility were 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 and 1.0, respectively. Taking the water allocations for crops in year 2011 as an example, the water allocation in different areas are decreased by  $3.7 \times 10^7 m^3$  and the crop yield increases by  $1.3 \times 10^7 kg$ , especially, the economic and social benefits are improved by 280 million Yuan and 1 800 people after optimization. Further, in planning year 2020, the water allocations of wheat and maize will be decreased by 4.98% - 5.24% and 11.01% - 12.07%, respectively, as compared with the status quo of year 2011, thus the water deficit situation

收稿日期: 2018-04-02; 修回日期: 2018-06-01; 网络出版时间: 2018-07-13

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1814.TH.20180713.1337.030.html>

基金项目: “十三五”国家重点研发计划项目(2016YFC0400207).

第一作者简介: 王友芝(1993-),女,山东临沂人,博士研究生(2587804769@qq.com),主要从事水文与水资源研究.

通信作者简介: 郭萍(1963-),女,北京海淀人,教授,博士生导师(09020@cau.edu.cn),主要从事水文与水资源研究.

can be improved, but still in a state of water shortage. These water allocations under various conditions can provide different scenarios for decision makers.

**Key words:** uncertain water allocation optimization; water production function; climate change; fuzzy credibility constraint; the relative membership degree

黑河中游绿洲是莺落峡水文站和正义峡水文站间的冲积平原,其行政区主要包括甘州区、临泽县和高台县.中游段光热资源充足,是主要的农业灌区,其以 18.2% 的土地面积消耗着流域 60.9% 的水资源,农业用水占总用水量的 92%<sup>[1]</sup>.但是中游段年均降雨量为 140 mm 左右,蒸发量却达到 1 410 mm,干旱严重,水资源匮乏.自 20 世纪 60 年代以来,由于黑河中游地区人口增长和经济发展,用水量增加,导致整个流域的农业用水和生态用水、中游用水和下游用水矛盾日益突出<sup>[2]</sup>.因此合理配置水资源对于黑河中游的经济、社会发展具有重要意义.

在作物的配水优化中,一般通过构建多目标规划来处理多目标之间的相互作用<sup>[3-4]</sup>,但是处理多目标的方法具有一定的主观性.模糊定权方法能避免目标权重确定过程中存在的主观意识.因此采用模糊定权方法以及两级优选模型将多个目标的综合效益转化为各作物的综合效益对优的相对优属度<sup>[5]</sup>.模糊可信性约束处理带有风险违规的不确定性问题.在实际应用中,不确定信息常常不能满足概率分布函数的要求,而模糊分布信息较容易获得<sup>[6]</sup>,因此,当系统中存在模糊变量时,只有基于可信性测度建立起来的模糊可信性约束才能解决此类问题<sup>[7]</sup>.另外气候变化将对可利用水量、降水量和需水量等产生影响,因此研究动力降尺度是得到未来气候变化情景的一种可靠有效的方式<sup>[8]</sup>.

综合以上,建立基于模糊定权的模糊可信性约束二次规划模型.将动力降尺度构建的气候变化情景与不确定水量优化模型进行结合,得到规划年 2020 年不同可信性水平下水量配置方案,为决策者提供不同的选择方案.

## 1 模型建立

### 1.1 综合效益对优的相对优属度

设研究区域有  $n$  种作物,组成集合  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . 作物  $j$  的  $m$  个指标特征值表示为

$$X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})^T. \quad (1)$$

则研究作物的特征值可用  $m \times n$  阶指标特征矩

阵表示,即

$$\mathbf{X} = (x_{ij}), \quad (2)$$

式中:  $x_{ij}$  为作物  $j$  指标  $i$  的特征值;  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ . 采用特征值越大越优为准则,得到各作物的相对隶属度为  $r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max x_j}$ . 根据上式特征值矩阵变换为相对隶属度矩阵,  $\mathbf{X} = (x_{ij}) \rightarrow \mathbf{R} = (r_{ij})$ . 一般地,作物  $j$  的  $m$  个指标对优选的影响程度不同,因此指标应具有不同的权重. 设指标权向量为  $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ , 且满足  $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ . 采用广义距离<sup>[6]</sup>得到

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}^T, \quad (3)$$

$$w(i) = \frac{1}{1 + \left[ \sum_{j=1}^n (1 - w_{ij})^p / \sum_{j=1}^n w_{ij}^p \right]^{\frac{2}{p}}}. \quad (4)$$

应用两级模糊优选模型,得到作物  $j$  的综合效益对优的相对优属度为

$$u_j = \frac{1}{1 + \left\{ \sum_{i=1}^m [w_i(r_{ij} - 1)]^p / \sum_{i=1}^m (w_i r_{ij})^p \right\}^{\frac{2}{p}}}. \quad (5)$$

以作物经济效益和社会效益作为其综合效益的指标,建立  $2 \times 6$  阶的相对隶属度矩阵,计算得到每种指标对于作物的影响程度,进而得到作物的综合效益对优的相对优属度,优属度越高,表明该作物产生的综合效益越高,相应地,在满足作物最小需水量的条件下,更多的水量会配置到综合效益更高的作物.该方法将多指标(多目标)对于作物优先的影响程度变换为相应的水量配置系数,从而把多目标优化变换为一个水量配置的影响系数.各作物的经济效益和社会效益分别为

$$\max f_{\text{eco}} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J P_j Y_{ij} W_{ij} A_{ij}, \quad (6)$$

$$\max f_{\text{soc}} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J T_{ij} Y_{ij} W_{ij} A_{ij}, \quad (7)$$

式中:  $f_{\text{eco}}$ ,  $f_{\text{soc}}$  分别为经济效益(元)和社会效益(就业人口数);  $P_j$  是作物  $j$  的单价,元/kg;  $T_{ij}$  为地区  $i$  作物  $j$  单位重量作物的就业人口数,人/kg;  $W_{ij}$  为地区  $i$  作物  $j$  的配水量,  $\text{m}^3/\text{hm}^2$ ;  $Y_{ij}$  为地区  $i$  作物  $j$  的

单方水产量,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $A_{ij}$ 为地区  $i$  作物  $j$  的面积,  $\text{hm}^2$ .

优化前后作物的价格、面积不会发生变化,优化后产量发生变化,就业人口数可能随产量发生变化,假设单位重量的就业人口数不变,因此,经济效益和社会效益直接取决于各作物的产量.当采用作物的水分生产函数时,产量是水量的函数,所以以产量最大为目标函数,对水量进行优化配置,以获得最大的经济效益和社会效益.

### 1.2 模糊可信性约束规划

目标函数为

$$\max f = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{ij} x_{ij}, \quad (8)$$

约束条件为

$$\begin{aligned} Cr\left\{ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \leq \tilde{b}_i \right\} &\geq \lambda_i, i = 1, 2, \dots, m, \\ x_{ij} &\geq 0, j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $c_{ij}$ 和  $a_{ij}$ 为实数型参数;  $\tilde{b}_i$ 为模糊数;  $x_{ij}$ 为决策变量;  $Cr$ 为可信性测度;  $\lambda_i$ 为可信性置信水平.

假设  $\xi$ 为三角模糊变量( $r_1, r_2, r_3$ );  $x$ 为实数;  $u$ 为隶属函数;则  $x \leq \xi$ 的可信性<sup>[2]</sup>表示为

$$Cr\left\{ \begin{aligned} &1, & x \leq r_1, \\ &\frac{2r_2 - r_1 - x}{2(r_2 - r_1)}, & r_1 < x \leq r_2, \\ &\frac{x - r_3}{2(r_2 - r_1)}, & r_2 < x \leq r_3, \\ &0, & x > r_3, \end{aligned} \right. \quad (10)$$

一般来说,可信性水平大于0.5才有意义,所以,基于上述可信性的定义得到

$$\frac{2r_2 - r_1 - x}{2(r_2 - r_1)} \leq \lambda, 0.5 \leq \lambda \leq 1, \quad (11)$$

即

$$\frac{2b_i - b - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij}}{2(b_i - b)} \leq \lambda_i, 0.5 \leq \lambda_i \leq 1. \quad (12)$$

基于此,模糊可信性约束转换为线性规划约束.

### 1.3 模糊可信性约束二次规划模型

以研究区域总产量最大为目标,建立灌溉水量最优的不确定的模糊可信性约束规划模型.

目标函数为

$$\max f = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J U_{ij} [a_{ij} (W_{ij} + P_i)^2 + b_{ij} (W_{ij} + P_i) + c_{ij}]. \quad (13)$$

约束条件如下:

1) 可利用水量约束,

$$Cr\left\{ \sum_{j=1}^J W_{ij} A_{ij} \leq \tilde{Q}_{si} + \tilde{Q}_{gi} \right\} \geq \lambda_i, \forall i = 1, 2, \dots, p. \quad (14)$$

2) 需水量约束,

$$ET_{\min_{ij}} \leq W_{ij} + P_i \leq ET_{\max_{ij}}, \forall x. \quad (15)$$

3) 非负约束,

$$W_{ij} \geq 0, \forall i, j, \quad (16)$$

上述式中:  $f$ 为目标函数,  $\text{kg}$ ;  $i$ 代表不同的地区,  $i=1$ (甘州区),  $i=2$ (临泽县),  $i=3$ (高台县);  $j$ 是不同的作物,  $j=1$ 代表小麦,  $j=2$ 代表玉米,包括玉米和制种玉米;  $a_{ij}(W_{ij} + P_i)^2 + b_{ij}(W_{ij} + P_i) + c_{ij}$ 是地区  $i$ 作物  $j$ 的水分生产函数,  $\text{kg}/\text{hm}^2$ ;  $U_{ij}$ 为地区  $i$ 作物  $j$ 的相对优属度;  $P_i$ 为地区  $i$ 的有效降水量,  $\text{m}^3/\text{hm}^2$ ;  $ET_{\max_{ij}}, ET_{\min_{ij}}$ 分别为地区  $i$ 作物  $j$ 的最大蒸散发量和最小蒸散发量,  $\text{mm}$ ;  $\tilde{Q}_{si}, \tilde{Q}_{gi}$ 分别为地区  $i$ 的地表水可利用量和地下水可利用量,  $\text{万 m}^3$ .

## 2 实例研究

### 2.1 基本资料

对黑河中游甘州区、临泽县和高台县的小麦和玉米进行优化配水.研究时段为3—9月,为研究作物的生育期.地表水和地下水的可利用水量具有模糊属性,因此采用三角模糊数( $r_1, r_2, r_3$ )来表示.以现状年2011为例,在地区间作物间进行水量配置.表1为模型所需要的相关参数,其中  $I_a$ 为灌溉面积,  $ET_{\max}, ET_{\min}$ 分别为最大和最小蒸散发量.表2为2011年的地表水  $W_{sc}$ 、地下水  $W_u$ 可利用水量及有效降水量  $P_e$ .另外,将动力降尺度结果与不确定水量优化模型结合,得到规划年2020年各地区作物间的配水计划.

表1 模型参数  
Tab.1 Model parameters

项目	区域	小麦	玉米
相对优属度	甘州	1.00	0.79
	临泽	0.80	0.50
	高台	0.90	0.15
$I_a/\text{hm}^2$	甘州	9 739.29	35 541.57
	临泽	8 260.00	16 753.33
	高台	3 684.00	11 573.20
$ET_{\max}/(\text{m}^3 \cdot \text{hm}^{-2})$	甘州	6 739.62	9 045.74
	临泽	6 438.60	8 945.51
	高台	6 181.40	8 469.42
$ET_{\min}/(\text{m}^3 \cdot \text{hm}^{-2})$	甘州	5 274.48	7 079.28
	临泽	5 038.90	6 524.60
	高台	4 837.62	6 153.74

在对模型进行求解前,应设定不同的可信性置

信水平,一般来说,有意义的可信性水平一般大于 $0.5^{[9]}$ .因此可信性水平为1.0,0.9,0.8,0.7,0.6和0.5.

各作物的二次水分生产函数为

$$\text{小麦}, y = -0.000144x^2 + 1.6767x + 2328.5,$$

$$\text{玉米}, y = -0.000122x^2 + 1.9983x + 3281.7.$$

表2 地表水、地下水可利用量及有效降雨量  
Tab.2 Surface water available, groundwater and effective precipitation

地区	$W_{se}/\text{万 m}^3$	$W_u/\text{万 m}^3$	$P_e/(\text{m}^3 \cdot \text{hm}^{-2})$
甘州	[1.98, 2.20, 2.42]	[0.75, 0.83, 0.91]	570.96
临泽	[1.15, 1.27, 1.40]	[0.11, 0.12, 0.13]	706.32
高台	[0.52, 0.58, 0.64]	[0.33, 0.37, 0.41]	690.48

## 2.2 结果分析

表3是现状年不同可信性置信水平 $\lambda$ 的不同

表3 不同可信性置信水平下的优化灌溉水量结果  
Tab.3 Optimized irrigation water allocations at different creditability levels

项目	$\text{m}^3/\text{hm}^2$											
	小麦					玉米						
	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
甘州	5139.90	5155.42	5170.94	5186.45	5201.97	5217.49	7002.92	7087.20	7171.49	7255.78	7340.07	7424.36
临泽	4756.49	4777.23	4797.98	4812.72	4839.47	4860.22	6114.25	6193.07	6271.89	6350.71	6429.52	6508.34
高台	5059.94	5099.68	5103.43	5107.18	5110.93	5114.67	6595.03	6680.34	6765.64	6850.95	6936.25	7021.55

比较优化前后作物总的配水量以及各种效益的变化.以 $\lambda = 0.9$ 为例,结果如表4所示,表中 $Q$ 为水量, $Y$ 为产量, $P_{\text{经济}}$ 为经济效益, $P_{\text{社会}}$ 为社会效益.

表4  $\lambda = 0.9$ 情况下优化前后水量及效益  
Tab.4 Water allocations and benefits before and after optimization at  $\lambda = 0.9$

项目	$Q/\text{万 m}^3$	$Y/\text{万 kg}$	$P_{\text{经济}}/\text{亿元}$	$P_{\text{社会}}/\text{万人}$
优化前	50676.21	78062.64	17.81	6.71
优化后	48265.53	79679.55	18.09	6.89

从表4中可以得到,优化后的水量较优化前减少了2410.68万 $\text{m}^3$ ,产量增加了1616.91万 $\text{kg}$ ,经济效益和社会效益分别增加了0.28亿元和0.18万人.作物的水分生产函数为二次函数,即产量随着水量的增加先增后减,临界水量为产量最高时对应的水量,该临界水量由作物的水分生产函数决定.小麦的临界水量为5826.73 $\text{m}^3/\text{hm}^2$ ,玉米的临界水量为8203.20 $\text{m}^3/\text{hm}^2$ ,在未达到临界点之前,产量随着水量的增加而增加.由配水结果可知,不同置信性水平下,作物的配水量均未超过临界水量,即作物产量随配水量增加呈现上升趋势.优化前临泽县和高台县的小麦和玉米的配水量均超过各自的临界水量,根据二次抛物线对称特点及配水量可知,优化后出现产量多而水量少的现象.优化后各

地区各作物的优化灌溉水量. $\lambda = 1.0$ 时无可行解,系统无法在完全满足约束的情况下求解.可信性水平越高,约束条件的满意度越高,即可利用的水量越少,但是目标函数的满意度则会越低.

由表3可以看出,甘、临、高三地的小麦和玉米的配水量随着 $\lambda$ 水平的降低而增加,这是因为 $\lambda$ 水平的降低对应着水量的增加.小麦和玉米配水差异由作物水分生产函数和相对优属度决定.以甘州为例,小麦的相对优属度(1.00)较玉米(0.79)高,相同水量条件下,玉米的产量较小麦高(取决于水分生产函数),两者的综合作用使其配水量大于最小蒸散发量,均小于最高产量对应的临界水量,以实现目标产量最大的效果,同时保持小麦和玉米之间配水的均衡性.

作物的配水量较优化前更合理,能够以更少的水量得到更高的产量.同一种作物的经济效益和社会效益与配水量呈间接关系,与产量呈直接关系,产量越高,经济效益和社会效益越大.由于优化后产量较优化前高,所以经济效益和社会效益提高.因此,在结合作物生长机制的基础上(作物水分生产函数),在作物间进行合理的优化配水,对于减少用水量,提高作物产量以及各种效益等具有重要的意义.

气候变化对水文气象要素(降水,径流,蒸发,温度等)以及水资源的时空分布均产生影响,进而导致农业配水过程的供需平衡发生改变.因此以2020年为规划年,采用动力降尺度得到未来气候变化情景时间序列,并进行水量供需分析,进而在地区内作物间进行水量优化配置.

以 $\lambda = 0.8$ 为例,将规划年和现状年各地区不同作物的水量进行比较分析.各作物的规划年的配水量较现状年减少,这是由于未来气候变化对各地区作物间的配水量产生影响.更深入的原因是规划年作物需水量减少的幅度较供水量减少的幅度小,降水较现状年多,供需不平衡得到一定的改善.小麦的配水量由大到小为高台县、甘州区、临泽县,玉米的配水量由大到小为甘州区、高台县、临泽县,小麦在各地区的配水量减少幅度由小到大分别为高

台县(1.41%)、甘州区(5.78%)和临泽县(9.72%);玉米配水量减少幅度依次为高台县(11.41%)、甘州区(11.73%)、临泽县(13.50%)。这是由于各地区供水量与需水量的差异造成的。气候变化对水量配置产生了一定的影响。

以甘州区为例,分析不同可信性水平下作物现状年和规划年的配水量。资料显示,规划年相较现状年各作物配水量减少。同一种作物不同 $\lambda$ 水平配水量减少的幅度不同。 $\lambda = 0.9$ 时,小麦的配水量减少幅度为5.24%,玉米的配水量减少幅度为12.07%; $\lambda = 0.8$ 时,小麦的配水量减少幅度为5.46%,玉米的配水量减少幅度为11.73%; $\lambda = 0.7$ 时,小麦的配水量减少幅度为5.11%,玉米的配水量减少幅度为11.40%。 $\lambda = 0.6$ 和0.5时,小麦的配水量减少幅度分别为5.04%,4.98%,玉米的配水量减少幅度分别为11.01%,10.77%。小麦和玉米的配水量随着 $\lambda$ 水平的降低配水量减少的幅度减少,且同一 $\lambda$ 水平下玉米配水量的减少幅度较小。随着 $\lambda$ 水平的降低,可利用水量增加,导致规划年作物的配水量与现状年作物的配水量的差异变小,因此作物配水量的减少幅度随着 $\lambda$ 水平的降低而增大。不同地区同一作物的配水量表现为类似的变化规律。

### 3 结 论

1) 基于模糊定权的方法确定了甘州区、临泽县、高台县三地小麦和玉米的相对优属度,并结合不确定优化方法对各作物进行优化配水,构成了基于模糊定权的模糊可信性约束二次规划模型。

2) 该方法既能够同时实现经济效益和社会效益最大化,采用模糊定权避免了多目标优化中的主观因素的影响。

3) 采用水分生产函数,更切合作物实际的水量-产量情况。在作物配水计划的制定过程中,要充分考虑作物的生理机制和生长条件,在获得足够情报的情况下制定合理的配水计划。

4) 采用动力降尺度数据得到未来的气候数据,对规划年进行地区内作物内优化配水,并比较现状年和规划年的水量配置的差异。能够为决策者提供实际可供选择的配水方案。

化配置方法与模型研究[D].北京:中国农业大学,2017.

- [2] 张成龙,郭萍,赵建明.不确定条件下的区间两阶段模糊可信性约束规划配水模型研究[J].中国农村水利水电,2016(8):97-101.

ZHANG Chenglong, GUO Ping, ZHAO Jianming. An interval two-stage stochastic fuzzy credibility constrained programming for optimal irrigation water allocation under uncertainty [J]. China rural water and hydropower, 2016(8):97-101. (in Chinese)

- [3] LI Mo, GUO Ping. A multi-objective optimal allocation model for irrigation water resources under multiple uncertainties [J]. Applied mathematical modelling, 2014,38(19/20):4897-4911.

- [4] LI Mo, GUO Ping, ZHANG Liudong, et al. Uncertain and multi-objective programming models for crop planting structure optimization [J]. Frontiers of agricultural science and engineering, 2016, 3(1):34-35.

- [5] 陈守煜,马建琴,张振伟.作物种植结构多目标模糊优化模型与方法[J].大连理工大学学报,2003,43(1):12-15.

CHEN Shouyu, MA Jianqin, ZHANG Zhenwei. A multi-objective fuzzy optimization model for planting structure and its method [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2003, 43(1):12-15. (in Chinese)

- [6] ZENG X T, KANG S Z, LI F S, et al. Fuzzy multi-objective linear programming applying to crop area planning. [J]. Agricultural water management, 2010, 98(1):134-142.

- [7] 李小萌,何理,卢宏伟.基于模糊可信度约束的不确定农业水资源规划模型研究[J].水资源与工程学报,2014,25(4):108-114.

LI Xiaomeng, HE Li, LU Hongwei. Research on plan model of water resources of uncertainty agriculture based on fuzzy and credibility constrained [J]. Journal of water resources & water engineering, 2014, 25(4):108-114. (in Chinese)

- [8] 高谦.多模式动力降尺度与偏差订正相结合的中国区域极端温度模拟及预估[D].南京:南京信息工程大学,2017.

- [9] MARIANO J. Linear programming with fuzzy parameters: an interactive method resolution [J]. European journal of operational research, 2007, 177(3):1599-1609.

(责任编辑 谈国鹏)

### 参考文献 (References)

- [1] 李莱.基于不确定性分析的农业水土资源多尺度优