接触式机械密封端面微凸体变形特性研究

魏　龙[1,2]，顾伯勤[1]，冯　飞[2]，冯　秀[2]

（1. 南京工业大学 机械与动力工程学院，江苏 南京 210009；2. 南京化工职业技术学院 南京市机械密封工程技术研究中心，江苏 南京 210048）

摘　要：依据分形理论，考虑摩擦作用的影响，分析了接触式机械密封摩擦副端面微凸体的变形特性；得到了端面微凸体临界弹性变形微接触面积和临界塑性变形微接触面积，端面间微凸体弹性接触面积、弹塑性接触面积、塑性接触面积以及弹性接触面积比的数学表达式. 用数值仿真方法得出了 GY70 型机械密封摩擦副端面间的弹性接触面积比. 研究表明，弹性接触面积比随着分形维数的增大先增大后减小，随着特征尺度系数的增大而减小，随着端面摩擦因数的增大而减小. 对于机械密封摩擦副接触端面，存在一个最优的分形维数值，使得弹性接触面积比最大，摩擦副端面间的磨损最小. 对于 GY70 型机械密封，其软质环端面最优分形维数在 1.6 左右.

关键词：机械密封；微凸体；变形；弹性接触面积比；最优分形维数

中图分类号：TH136　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1674－8530(2010)01－0077－06

Research on deformation property of end face asperity of contact mechanical seals

Wei Long[1,2], *Gu Boqin*[1], *Feng Fei*[2], *Feng Xiu*[2]

(1. College of Mechanical and Power Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing, Jiangsu 210009, China; 2. Nanjing Engineering Research Center for Mechanical Seal, Nanjing College of Chemical Technology, Nanjing, Jiangsu 210048, China)

Abstract: Taking account of the influence of friction, the deformation property of the end face asperity of contact mechanical seals was analyzed by fractal theory. The mathematical expressions of the critical elastic deformation micro-contact area, critical plastic deformation micro-contact area, elastic contact area between end-faces, elastic-plastic contact area, plastic contact area, and elastic contact area ratio, were obtained. The elaslic contact area ratio between the end faces of GY70 mechanical seal was also obtained by numerical simulation. Research results indicate that elaslic contact area ratio increases at first and then decreases with the increase of fractal dimension, decreases with the increasing of characteristic length scale, and decreases with the increasing of end-face friction factor. There exists an optimum fractal dimension for the contacting end-face of friction pair, corresponding to the maximum elaslic contact area ratio and minimum abrasion between the end faces of friction pair. The optimum fractal dimension of the soft ring end-face of GY70 mechanical seal fractal dimension is about 1.6.

Key words: mechanical seal; asperity; deformation; elastic contact area ratio; optimum fractal dimension

收稿日期：2009－09－14

基金项目：江苏省"六大人才高峰"资助项目(09－D－018)；江苏省高校科研成果产业化推进项目(JH08－016，JH09－43)；南京市科技发展计划项目(200603009)

作者简介：魏　龙(1972—)，男，江苏南京人，副教授，博士生(weilong1972@163.com)，主要从事流体密封与测控技术研究.

顾伯勤(1957—)，男，江苏无锡人，教授，博导，博士后(bqgu@njut.edu.cn)，主要从事流体密封与测控技术研究.

万方数据

接触式机械密封是旋转轴用动密封，广泛应用于泵、压缩机等流体机械中[1]. 由于接触式机械密封动、静环端面之间的接触都是不同粗糙程度的粗糙表面间的接触，实际接触只发生在摩擦面的较高的微凸体上[2-3]，因此，微凸体的变形特性直接影响着机械密封的摩擦、磨损特性.

研究表明，机械密封摩擦副端面轮廓曲线具有分形特性[4].

本研究以分形理论为基础，考虑密封端面间摩擦作用的影响，详细分析密封端面微凸体的变形特性，得到端面微凸体临界弹性变形微接触面积、临界塑性变形微接触面积，端面间微凸体弹性接触面积、弹塑性接触面积、塑性接触面积以及弹性接触面积比的数学表达式. 依据所得数学表达式，分析摩擦副端面轮廓分形参数及摩擦因数对 GY70 型机械密封端面弹性接触面积比的影响，以便得出有利于减轻磨合磨损的最优表面分形维数.

1 摩擦副端面微凸体的变形方式

机械密封摩擦副的动环和静环通常采用一硬一软两种材料配对使用，工作时变形及磨损主要发生在软质环上，且硬质环的表面粗糙度比软质环低. 为了方便分析问题，参照 M－B 分形接触模型[5]，将机械密封硬质环与软质环的接触，简化为刚性理想光滑平面与粗糙表面的接触. 摩擦副端面沿周向展开后的接触模型如图 1 所示. 接触面上微凸体顶端的曲率半径 ρ，其大小依赖于微凸体的接触面积 A_a，而 A_a 在轮廓线上对应于接触长度 l（参见图 1）. 两者之间的关系为

$$l = 2\sqrt{\frac{A_a}{\pi}} \tag{1}$$

根据 W－M 分形函数[6]，若忽略更小尺度上的细节，则粗糙表面上面积为 A_a 的接触微凸体在 $-l/2 \sim l/2$ 范围内的轮廓线可近似为余弦波（参见图 1b）. 变形前的微凸体可定义为[5]

$$z(x) = G^{D-1}l^{2-D}\cos\left(\frac{\pi x}{l}\right),\ -\frac{l}{2} < x < \frac{l}{2} \tag{2}$$

式中 $z(x)$ 为微凸体轮廓的高度；x 为轮廓的位置坐标；G 为轮廓特征尺度系数；D 为轮廓分形维数，$1 < D < 2$.

由式(2) 可推导出分形表面微凸体顶端的曲率半径为

$$\rho = \left|\frac{1}{\left(\frac{\mathrm{d}^2 z(x)}{\mathrm{d}x^2}\right)_{x=0}}\right| = \frac{l^D}{\pi^2 G^{D-1}} = \frac{2^D A_a^{\frac{D}{2}}}{\pi^{\frac{4+D}{2}} G^{D-1}} \tag{3}$$

微凸体顶端的变形量为[5]

$$\delta = G^{D-1}l^{2-D} = G^{D-1}\left(2\sqrt{\frac{A_a}{\pi}}\right)^{2-D} = 2^{2-D}G^{D-1}\left(\frac{A_a}{\pi}\right)^{\frac{2-D}{2}} \tag{4}$$

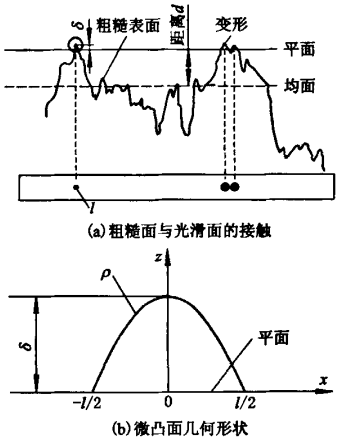


图 1 机械密封端面接触模型

Fig. 1 Contacting model of end face of mechanical seal

对于一定性质的粗糙表面的一微凸体，其变形方式随其顶部曲率半径和变形量的不同而变化. 接触微凸体的变形方式可分为弹性、弹塑性和塑性等 3 种[7-8]. 根据有关研究[8] 可知，当机械密封摩擦副端面被施加载荷后，软质环端面上曲率半径小的接触点处于伪塑性变形；而当载荷增大时，接触面积增大，曲率半径小的接触点可能合成为曲率半径较大的接触点，其应力释放而使其转变为弹塑性变形；当载荷进一步增加时，接触面积进一步增大，曲率半径较大的接触点可能合成为曲率半径更大的接触点，其应力进一步释放而使其转变为弹性变形.

1.1 微凸体临界弹性变形

设粗糙表面微凸体在变形中各向同性，且不考虑微凸体在变形过程中的相互作用. 对于一个被刚性平面挤压的弹性微凸体，其弹性变形量为[7]

$$\delta = \left(\frac{3\pi p_a}{4E}\right)^2 \rho \tag{5}$$

式中 p_a 为作用于微凸体上的平均压力；E 为综合弹

万方数据

性模量，$E=\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)^{-1}$，$E_1$ 和 E_2 分别为硬质环、软质环材料的弹性模量，ν_1 和 ν_2 分别为硬质环、软质环材料的泊松比.

考虑摩擦副端面间的相对滑动摩擦，则微凸体开始屈服的临界平均压力为[9]

$$p_c = 1.1K_f\sigma_{2y} \tag{6}$$

式中 K_f 为摩擦校正系数，$K_f = 1 - 0.228f$[7]，$0 \leqslant f \leqslant 0.3$，$f$ 为摩擦因数；σ_{2y} 为软质环材料的屈服强度.

取 $p_a = p_c$，将式(6)代入式(5)得到微凸体开始屈服时的临界弹性变形为

$$\delta_c = \left(\frac{33\pi K_f\sigma_{2y}}{40E}\right)^2\rho \tag{7}$$

将式(3)和式(4)代入式(7)得到微凸体开始屈服时的临界弹性变形微接触面积为

$$A_c = \frac{\pi}{4}G^2\left(\frac{40E}{33K_f\sigma_{2y}}\right)^{\frac{2}{D-1}} \tag{8}$$

比较 δ_c 与 δ 可得 $\frac{\delta_c}{\delta}=\left(\frac{A_a}{A_c}\right)^{D-1}$，当 $\delta < \delta_c$ 时，微凸体发生弹性变形. 因此，微凸体弹性变形条件可用接触面积表示为 $A_a > A_c$.

1.2 微凸体临界弹塑性变形

由以上分析可知，相对较小的微凸体，由于其顶端曲率半径也较小，因而更容易产生较大的变形. 当接触微凸体的接触面积小于临界塑性变形微接触面积 A_{pt} 时，将发生完全塑性变形；当接触面积大于临界塑性变形微接触面积 A_{pt} 而小于临界弹性变形微接触面积 A_c 时，即 $A_{pt} < A_a < A_c$，接触微凸体的变形处于弹塑性状态.

根据 Johnson 理论[9]，当微接触面积满足 $\beta = \frac{Er}{\sigma_{2y}\rho} \approx 30$（$r$ 为接触点半径，$r=\sqrt{\frac{A_a}{\pi}}$）时，相接触的微凸体产生完全塑性变形. 依据该理论和式(3)可以得到临界塑性变形微接触面积为

$$A_{pt} = G^2\left[\frac{\pi^{3+D}E^2}{900\times 4^D\sigma_{2y}^2}\right]^{\frac{1}{D-1}} \tag{9}$$

由式(8)和式(9)可知，临界弹性变形微接触面积 A_c 和临界塑性变形微接触面积 A_{pt} 都与接触点顶端的曲率半径 ρ 无关，而只与材料的力学性能参数、表面分形参数以及表面间的摩擦因数有关，即对于确定的粗糙表面和摩擦状态，它们均为定值.

2 摩擦副端面微凸体接触面积

2.1 微凸体接触面积分布函数

依据 Majumdar 和 Bhushan[6] 的研究结果，机械密封摩擦副端面的微凸体接触面积 A 超过一定值 A_a 的个数 N 与 A_a 之间满足如下幂律关系：

$$N(A > A_a) = kA_a^{-D/2} \tag{10}$$

式中 N 为面积 A 大于 A_a 的微凸体接触点总数；k 为比例系数.

则端面微凸体接触面积分布函数可表示为

$$n(A_a) = -\frac{dN(A_a)}{dA_a} = \frac{D}{2}kA_a^{-(D+2)/2} \tag{11}$$

若最大微凸体接触面积为 A_1，则摩擦副端面间的真实接触面积为

$$A_r = \int_0^{A_1} A_a n(A_a)\,dA_a = \frac{D}{2-D}kA_1^{(2-D)/2} \tag{12}$$

由式(11)和式(12)可得

$$n(A_a) = \frac{2-D}{2}\frac{A_r}{A_1}A_1^{D/2}A_a^{-(2+D)/2} \tag{13}$$

Wang 和 Komvopoulos[7] 通过引入一个分形区域扩展系数 ψ，求得 A_r 与 A_1 的关系为

$$A_r = \frac{D}{2-D}A_1\psi^{(2-D)/2} \tag{14}$$

ψ 可由如下超越方程求得

$$\frac{\psi^{(2-D)/2} - (1+\psi^{-D/2})^{-(2-D)/D}}{(2-D)/D} = 1 \tag{15}$$

将式(14)代入式(13)，可得机械密封摩擦副端面的微凸体接触面积分布函数为

$$n(A_a) = \frac{D}{2}\psi^{(2-D)/2}A_1^{D/2}A_a^{-(2+D)/2} \tag{16}$$

2.2 不同变形状态的微凸体接触面积

根据机械密封摩擦副端面间最大微凸体接触面积 A_1 与临界弹性变形微接触面积 A_c 及临界塑性变形微接触面积 A_{pt} 相比较的大小关系，端面间微凸体弹性接触面积 A_{re}、弹塑性接触面积 A_{rep} 和塑性接触面积 A_{rp} 的确定可分为以下 3 种情况：

1）当 $A_1 < A_{pt}$ 时，微接触点均处于塑性变形状态，此时

$$A_{re} = 0;\ A_{rep} = 0$$

$$A_{rp} = \int_0^{A_1} A_a n(A_a)\,dA_a$$

万方数据

将式(16)代入上式积分可得

$$A_{rp} = \frac{D}{2-D}A_l\psi^{\frac{2-D}{2}} \tag{17}$$

2) 当$A_{pt} < A_l < A_c$时,微接触点部分处于弹塑性变形状态,另一部分处于塑性变形状态,此时

$$A_{re} = 0$$

$$A_{rep} = \int_{A_{pt}}^{A_l} A_a n(A_a)\,dA_a =$$

$$\frac{D}{2-D}\psi^{(2-D)/2}A_l^{D/2}[A_l^{(2-D)/2} - A_{pt}^{(2-D)/2}] \tag{18}$$

$$A_{rp} = \int_0^{A_{pt}} A_a n(A_a)\,dA_a =$$

$$\frac{D}{2-D}\psi^{(2-D)/2}A_l^{D/2}A_{pt}^{(2-D)/2} \tag{19}$$

3) 当$A_l > A_c$时,微接触点部分处于弹性变形状态,部分处于弹塑性变形状态,部分处于塑性变形状态,此时

$$A_{re} = \int_{A_c}^{A_l} A_a n(A_a)\,dA_a =$$

$$\frac{D}{2-D}\psi^{(2-D)/2}A_l^{D/2}[A_l^{(2-D)/2} - A_c^{(2-D)/2}] \tag{20}$$

$$A_{rep} = \int_{A_{pt}}^{A_c} A_a n(A_a)\,dA_a =$$

$$\frac{D}{2-D}\psi^{(2-D)/2}A_l^{D/2}[A_c^{(2-D)/2} - A_{pt}^{(2-D)/2}] \tag{21}$$

$$A_{rp} = \int_0^{A_{pt}} A_a n(A_a)\,dA_a =$$

$$\frac{D}{2-D}\psi^{(2-D)/2}A_l^{D/2}A_{pt}^{(2-D)/2} \tag{22}$$

3 摩擦副端面真实弹性接触面积比

机械密封摩擦副端面在磨合过程中,接触表面间的磨损机理主要表现为粘着磨损. 研究表明[10],塑性接触比弹性接触引起粘着磨损的可能性要大得多. 因此,在整个真实接触面中,弹性接触部分所占比例越大,越有利于减轻粘着磨损.

当微凸体接触面积$A_a > A_c$时,该接触点处于弹性变形. 如果最大微凸体接触面积$A_l > A_c$,将式(20)与式(14)联立可得真实弹性接触面积比为

$$\frac{A_{re}}{A_r} = 1 - \left[\frac{DA_c\psi^{(2-D)/2}}{(2-D)A_r}\right]^{(2-D)/2} \tag{23}$$

将式(8)代入上式,并令$\varphi = \frac{40E}{33\sigma_{2y}}$,可得

$$\frac{A_{re}}{A_r} = 1 - \left[\frac{\pi D}{4(2-D)}\frac{G^{*2}}{A_r^*}\left(\frac{\varphi}{K_f}\right)^{2/(D-1)}\right]^{(2-D)/2}\psi^{(2-D)^2/4} \tag{24}$$

式中G^*为无量纲特征尺度系数,$G^* = \frac{G}{\sqrt{A_m}}$;$A_r^*$为无量纲真实接触面积,$A_r^* = \frac{A_r}{A_m}$,其中$A_m$为摩擦副端面名义接触面积.

把式(24)对D求导并令其等于0,可得

$$\frac{4(2-D)}{\pi}\frac{A_r^*}{G^{*2}}\left(\frac{\varphi}{K_f}\right)^{-D/(D-1)^2}e^{2/D}\psi^{(D-2)} = D \tag{25}$$

令

$$f(D) = \frac{4(2-D)}{\pi}\frac{A_r^*}{G^{*2}}\left(\frac{\varphi}{K_f}\right)^{-D/(D-1)^2}e^{2/D}\psi^{(D-2)}$$

因对于$1 < D < 2$有$f(D) > 0$,且有

$$\lim_{D\to 1} f(D) = 0, f(2) = 0$$

因此存在$D_0 \in [1,2]$使$f(D)$取最大值,在$[1,D_0]$上必定存在一个使式(25)得到满足的,即A_{re}/A_r获得最大值的D_m. 因此,对于材料性能参数一定的机械密封摩擦副接触端面,存在一个最优的分形维数值,使得真实接触面积中弹性部分所占的比例最大. 特别是在磨合磨损过程中,如何获得这一最优的表面分形维数,对机械密封摩擦副稳定磨损阶段的性能具有积极意义.

4 数值仿真与结果分析

以在水泵中广泛应用的GY70型机械密封为例进行数值仿真. GY70型机械密封的动环为镶嵌式结构,密封面材料为硬质合金YG8,$E_1 = 6 \times 10^5$ MPa,$\nu_1 = 0.24$;静环材料为碳石墨M106K,$E_2 = 1.6 \times 10^4$ MPa,$\nu_2 = 0.20$,$\sigma_{2y} = 200$ MPa;摩擦副端面名义面积$A_m = 1\,270$ mm^2;对5个碳石墨M106K密封环端面进行实测,得出端面分形参数D在1.5左右,G在5×10^{-9} m左右.

4.1 真实弹性接触面积比的影响因素

4.1.1 分形参数D和G对A_{re}/A_r的影响

1) 分形维数D对A_{re}/A_r的影响

当取$G = 5 \times 10^{-9}$ m,$f = 0.06$时,求得不同D值时的真实弹性接触面积比A_{re}/A_r与无量纲真实接触面积A_r^*的关系曲线,如图2所示. 由图2可见,随着分形维数D的增大,真实弹性接触面积比A_{re}/A_r

万方数据

也增大；但当 D 达到 1.6 左右后，随着 D 的增大，A_{re}/A_r 却减小.

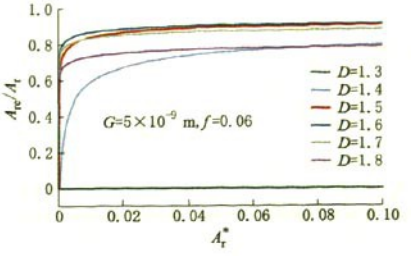


图 2　不同 D 值时 A_{re}/A_r 与 A_r^* 的关系曲线

Fig. 2　Relationship between A_{re}/A_r and A_r^* for different D

由式(8)可知，临界弹性变形微接触面积 A_c 随着分形维数 $D(1 < D < 2)$ 的增大而减小. 当 $1 < D \leqslant 1.3$ 时，所有的接触点面积 A_a 小于 A_c，处于塑性或弹塑性接触状态. 因此，在图 2 中可见弹性接触面积比 A_{re}/A_r 等于 0. 当 D 增大，A_c 减小，这将导致大量的接触点处于弹性接触状态；直到 D 达到 1.6 左右时，A_{re}/A_r 达到最大. 而后，当 D 再进一步增大时，一方面导致 A_c 减小，另一方面导致摩擦副端面轮廓更加细化，从而使小于 A_c 的塑性或弹塑性接触点增多. 在这两个动态变化的过程中，最终使得 D 达到一定值后，随着 D 的增大，A_{re}/A_r 却减小. 因此，分形维数 D 对机械密封摩擦副端面接触性质的影响有一最佳值，在此维数下摩擦副端面弹性接触面积最大.

2）特征尺度系数 G 对 A_{re}/A_r 的影响

当取 $D = 1.5$，$f = 0.06$ 时，求得不同 G 值时 A_{re}/A_r 与 A_r^* 的关系曲线，如图 3 所示.

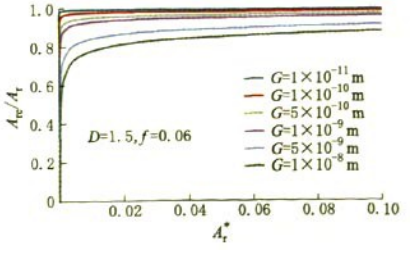


图 3　不同 G 值时 A_{re}/A_r 与 A_r^* 的关系曲线

Fig. 3　Relationship between A_{re}/A_r and A_r^* for different G

由图 3 可见，特征尺度系数 G 增大，则弹性接触面积比 A_{re}/A_r 却减小. 这是因为由式(3)可知，当 G 增大则微凸体顶端曲率半径 ρ 减小，以至于微凸体的微接触面积减小，从而使得微凸体处于塑性或弹塑性变形区. 这一点也可以从临界弹性变形微接触面积 A_c 的计算式(8)中分析得到. 当 G 增大时 A_c 也增大，从而使弹性接触点减少，弹性接触面积比 A_{re}/A_r 减小.

4.1.2　端面摩擦因数 f 对 A_{re}/A_r 的影响

当取 $D = 1.5$，$G = 5 \times 10^{-9}$ m 时，求得不同 f 值时 A_{re}/A_r 与 A_r^* 的关系曲线，如图 4 所示. 由图 4 可见，随着端面摩擦因数 f 的增大，弹性接触面积比 A_{re}/A_r 减小. 这是因为接触面间的摩擦力增大，使得更多的接触微凸体处于弹塑性或塑性变形状态，从而减小了弹性接触面积比. 这一点也可以从临界弹性变形微接触面积 A_c 的计算式(8)中分析得到. 但与分形参数 D 和 G 相比，摩擦因数 f 对弹性接触面积比 A_{re}/A_r 的影响相对较小.

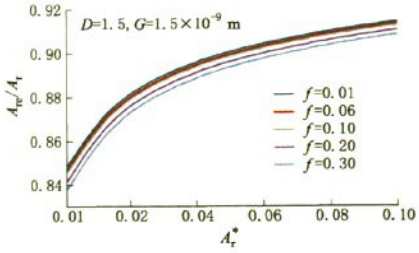


图 4　不同 f 值时 A_{re}/A_r 与 A_r^* 的关系曲线

Fig. 4　Relationship between A_{re}/A_r and A_r^* for different f

4.2　最优分形维数

由式(24)可得出弹性接触面积比 A_{re}/A_r 与分形维数 D 的关系曲线，如图 5 所示.

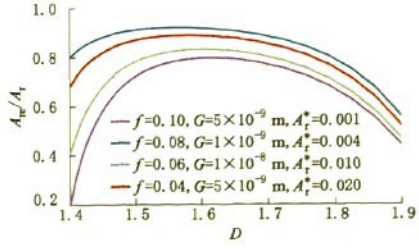


图 5　A_{re}/A_r 与 D 的关系曲线

Fig. 5　Relationship between A_{re}/A_r and D

从图5可看出，弹性接触面积比 A_{re}/A_r 与分形维数 D 的关系曲线为上凸形曲线，即存在一最优的分形维数值 D_m，使弹性接触面积比 A_{re}/A_r 达到最大. 图 5 中所示 4 种情况下的最优分形维数值分别为：当 $f = 0.1$，$G = 5 \times 10^{-9}$ m，$A_r^* = 0.001$ 时，$D_m = 1.61$；当 $f = 0.08$，$G = 1 \times 10^{-9}$ m，$A_r^* = 0.004$ 时，$D_m = 1.6$；当 $f = 0.06$，$G = 1 \times 10^{-8}$ m，$A_r^* = 0.01$ 时，$D_m = 1.6$；当 $f = 0.04$，$G = 5 \times 10^{-9}$ m，$A_r^* = 0.02$ 时，$D_m = 1.58$.

万方数据

5 结 论

1）依据分形理论建立了机械密封摩擦副端面接触分形模型，它有助于分析接触式机械密封摩擦副端面间接触微凸体的变形特性，为研究机械密封摩擦副端面间的摩擦磨损性能，和减轻摩擦副端面间的磨损提供了依据.

2）临界弹性变形微接触面积 A_c 和临界塑性变形微接触面积 A_{pl} 都与接触点顶端的曲率半径无关，而只与材料的力学性能参数、表面分形参数以及表面间的摩擦因数有关，即对于确定的粗糙表面和摩擦状态，它们是确定值.

3）机械密封摩擦副端面间接触微凸体的变形方式可分为弹性、弹塑性和塑性等3种. 当微凸体接触面积 $A_a > A_c$ 时，该接触微凸体处于弹性变形；当 $A_{pl} < A_a < A_c$ 时，处于弹塑性变形；当 $A_a < A_{pl}$ 时，处于塑性变形.

4）对于材料性能参数一定的机械密封摩擦副接触端面，存在一个最优的分形维数值，使得真实接触面积中弹性部分所占的比例最大，从而有利于减轻摩擦副端面间的磨损.

5）用数值仿真方法得出的GY70型机械密封摩擦副端面间的真实弹性接触面积比 A_{re}/A_r 表明：A_{re}/A_r 随着分形维数 D 的增大先增大后减小，随着特征尺度系数 G 的增大而减小，随着端面摩擦因数 f 的增大而减小. 对于GY70型机械密封其软质环端面最优分形维数 D_m 在1.6左右.

参考文献(References)

[1] 孙泽刚，黄文权. 机械密封密封腔的流场及温度场[J]. 排灌机械，2009，27(3)：200－203.
Sun Zegang, Huang Wenquan. Simulation of flow field and temperature field for mechanical seal cavity[J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 2009, 27(3): 200－203. (in Chinese)

[2] Vizintin J. An experimental study on the influence of different surface topographies on mechanical seal performance[C]// *BHR Group. 19th International Conference on Fluid Sealing*. Poitiers, France: BHR Group Conferences-Publications, 2007: 196－210.

[3] Wei Long, Gu Boqin, Feng Xiu, et al. Research on friction characteristic of end faces of mechanical seals [C]// Luo Jianbin, Meng Yonggang, Shao Tianmin, et al. *Advanced Tribology—Proceedings of CIST 2008 & ITS-IF To MM 2008*. Beijing, China: Tsinghua University Press, 2009: 304－308.

[4] Wei Long, Gu Boqin, Feng Xiu. Fractal characteristics of end faces of carbon-graphite seal rings[C]//2009 *International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation Volume* Ⅱ. Central South University, Changsha, China: IEEE Computer Society, 2009: 813－816.

[5] Majumdar A, Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. *Journal of Tribology(ASME)*, 1991, 113(1): 1－11.

[6] Majumdar A, Bhushan B. Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces[J]. *Journal of Tribology(ASME)*, 1990, 112(4): 205－216.

[7] Wang S, Komvopoulos K. A fractal theory of the interfacial temperature distribution in the slow sliding regime: part Ⅰ-elastic contact and heat transfer analysis[J]. *Journal of Tribology(ASME)*, 1994, 116(4): 812－823.

[8] 朱育权，马保吉，姜凌彦. 粗糙表面接触的弹性、弹塑性、塑性分形模型[J]. 西安工业学院学报，2001，21(2)：150－157.
Zhu Yuquan, Ma Baoji, Jiang Lingyan. The elastic elastoplastic and plastic fractal contact models for rough surface[J]. *Journal of Xi'an Institute of Technology*, 2001, 21(2): 150－157. (in Chinese)

[9] Johnson K L. *Contact Mechanics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985: 45－90.

[10] Greenwood J A, Williamson J B P. Contact of nominally flat surfaces[C]// *Proceedings of Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. London: The Royal Society, 1966, 295: 300－319.

(责任编辑 张文涛)

万方数据