

doi:10.3969/j.issn.1674-8530.14.0176

基于四参数随机生长法重构土体的  
渗流细观数值模拟

周潇, 申林方, 阮永芬, 王志良

(昆明理工大学土木工程学院, 云南 昆明 650500)



周潇

**摘要:** 基于四参数随机生长法(QSGS), 根据土体孔隙率, 重构土体微观结构. 通过格子 Boltzmann 方法, 左右采用不透水边界, 上下边界采用非平衡外推格式, 颗粒之间的碰撞采用标准反弹格式, 建立饱和土体渗流模型, 并让恒定流速的水渗入模型. 结合算例, 推导了宏观物理单位与格子单位之间的转换关系, 编制相关 Matlab 程序, 并且进行运算分析, 探讨在计算机模拟情况下的微观土体结构中水的渗流变化规律. 结果表明: 根据 QSGS 方法所重构的土体生成过程与自然环境下多孔介质的生成过程类似, 重构土体性状各异, 连通性和结构与实际土体类似; 在连通性良好的前提下, 土体中水的渗流速度与孔隙率大小有关; 同一土体中渗流通道越小的位置水的渗流速度越小, 渗流通道越大的位置渗流速度越大; 在相同孔隙率条件下, 大颗粒土的平均渗流速度比小颗粒土的平均渗流速度大, 而小颗粒土的渗流更为稳定.

**关键词:** 渗流; 四参数随机生长法; 格子 Boltzmann 方法; 微观结构; 数值模拟

**中图分类号:** O357.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-8530(2015)04-0316-06

周潇, 申林方, 阮永芬, 等. 基于四参数随机生长法重构土体的渗流细观数值模拟[J]. 排灌机械工程学报, 2015, 33(4): 316-321, 326.

Zhou Xiao, Shen Linfang, Ruan Yongfen, et al. Reconstructed soil meso-numerical seepage simulation based on quartet structure generation set[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering(JDIME), 2015, 33(4): 316-321, 326. (in Chinese)

Reconstructed soil meso-numerical seepage simulation  
based on quartet structure generation set

Zhou Xiao, Shen Linfang, Ruan Yongfen, Wang Zhiliang

(Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China)

**Abstract:** Based on quartet structure generation set (QSGS), and according to the soil porosity, soil microstructure is reconstructed. By the lattice Boltzmann method, using the impermeable boundary on the left and the right, the upper and lower boundaries adopting the non-equilibrium extrapolation format, the collisions between particles using Bounce-back scheme, the saturated soil percolation model is established, then water with a constant flow rate penetrates the model. Combined with examples, the conversion relationship between macroscopic physical units and lattice units is derived, the relevant matlab program is worked out, and the operational analysis is conducted to explore the water seepage variation of micro-soil structure in computer simulations. The results show that: The generating process according to QSGS reconstructed soil is similar to that of the porous medium in the natural environment, reconstructions of soil traits vary, connectivity and structures are similar to the actual soil. Under the premise of good connectivity, the seepage velocity is relative to the porosity. The smaller the

收稿日期: 2014-10-20; 网络出版时间: 2015-04-22

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/32.1814.TH.20150422.1027.005.html>

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51408284); 昆明理工大学人才培养基金资助项目(KKSY201306023)

作者简介: 周潇(1989—), 男, 湖北黄冈人, 硕士研究生(404951822@qq.com), 主要从事土体渗流模拟研究.

申林方(1982—), 女, 湖南邵阳人, 讲师(通信作者, 2249077388@qq.com), 主要从事岩石应力-渗流-化学耦合研究.

position of the seepage channel in the same soils, the smaller the water seepage velocity is; the larger the position of seepage channel, the larger the water seepage velocity is larger. In the same porosity condition, the average seepage velocity of large grained soil is greater than that of the small grained soil, and soil seepage of small grained soil is more stable.

**Key words:** seepage; quartet structure generation set; lattice Boltzmann method; microstructure; numerical simulation

流体在多孔介质的流动称为渗流,渗流问题是岩土工程的一项重要课题.高层建筑基础和深基坑排水的涌水量计算(渗流量)等地下工程问题、修筑堤坝考虑路堤材料的渗透性等水利工程问题都要考虑水的渗流影响.目前主要通过传统渗流试验来了解多孔介质中的渗流变化规律,这些试验主要在宏观情况下分析测定的输入数据和输出结果来建立渗流控制方程,但这类试验一方面数据的获取存在测量误差;另一方面也无法确切了解渗流机理和运动规律.因此利用数值模拟方法研究细观条件下的渗流运动情况对研究渗流机理具有非常重要的意义.

在细观渗流模拟试验中难点之一是土体的重构问题,很多学者提出了多种重构土体的模型,如 Pilotti<sup>[1]</sup>提出的球体沉降法;Maiera等<sup>[2]</sup>提出的硬球 Monte - Carlo 方法;Madadi等<sup>[3]</sup>提出的分数布朗运动方法;Zhang等<sup>[4]</sup>与Wang等<sup>[5]</sup>提出的随机生长方法等,但是这些方法生成的多孔介质微观结构的尺寸和位置都难以控制.Wang等<sup>[5]</sup>提出的四参数随机生成方法(quartet structure generation set, QSGS)能够有效地解决这个问题,其生成过程与自然土体生成过程类似,所重构的土体性状各异,连通性和结构与实际土体类似,并且生成的土体微观结构能够与格子 Boltzmann 方法(lattice Boltzmann method, LBM)结合到一起,能够使算法更为高效简洁.LBM是20世纪90年代末,国际上发展起来的一种将宏观流体力学和微观分子动力学联系起来的介观理论<sup>[6-7]</sup>.它不仅描述了微观粒子的运动情况,而且能够将微观物理量和实际物理量联系起来,从而对实际生产生活产生了重要意义.由于简单直观、计算稳定的优点,LBM得到了长足的发展和大量的应用<sup>[8]</sup>.通过数值求解分布函数,可以得到宏观的流动信息.相比于传统计算方法,LBM算法相对简单,能够处理比较复杂的边界条件,能够利用编程和计算处理,并且LBM具有很高的并行性<sup>[9-10]</sup>.

文中基于QSGS方法对微观土体结构进行重构模拟,描述多孔介质的微观特性,基于LBM方法施

加渗流场边界条件,模拟恒定流速的水渗入该饱和土体的流速分布情况,探讨细观情况下土体孔隙率对水的渗流变化的影响,并且比较水流在大颗粒土与小颗粒土中的渗流规律.该模拟相比于宏观渗流试验,能更好地模拟出饱和土体中的渗流机理,以期为渗流理论的发展与实际生产生活提供一定的参考.

## 1 四参数随机生长法

在孔隙尺度上,渗流的研究对象是所建立空间中单个或者多个孔隙内的液相单元,通过研究这些单元在土体孔隙中的运动过程,得到详细的流动信息,从而达到模拟的目的.液相单元在土体空间中的运动过程遵循 Navier - Stokes 方程,所生成的固相骨架看成液相流场的边界,为不透水的介质.所生成的土体空间分布用相函数  $Z(x)$  表示:

$$Z(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ 位于孔隙内部,} \\ 1, & x \text{ 位于介质骨架,} \end{cases} \quad (1)$$

在所生成多孔介质中, $Z(x)$ 为随机变量,反映了所构造的空间的无序性.

采用QSGS方法<sup>[11]</sup>进行重构.以固体颗粒(固相)作为生长相,孔隙作为非生长相.初始随机分布生长相,令其按照一定概率向各个方向生长,直至达到所设定的孔隙率,停止生长.具体过程如下:

- 1) 在空间中按照一定分布概率  $p_c$  随机布置固相,此分布概率须小于设置的孔隙率.
- 2) 按照一定概率,令所分布的固相往各个方向(8个方向)的邻点进行生长,如图1所示.

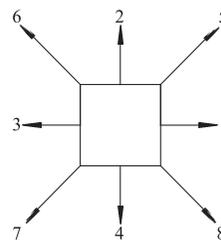


图1 固相单元生长方向  
Fig. 1 Growing direction of solid phase cell

图 1 中上下左右方向生长概率为  $P_{d1-4}$ , 斜向的生长概率为  $P_{d5-8}$ , 当生长方向的随机数小于固相生长分布概率时, 该点成为生长相, 持续生长, 直至空间中孔隙所占体积比例达到所设定孔隙率时停止.

取孔隙率  $n = 0.5$ , 各向生长概率  $P_{d1-4} = P_{d5-8} = 0.01$ , 经过生长, 得到的重构土体如图 2 所示, 其中, 黑色为固体颗粒, 空白部分为孔隙.

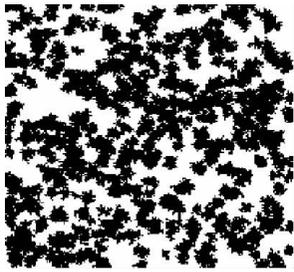


图 2 所生成的重构土体  
Fig. 2 Reconstructed soil generated

QSGS 方法与传统方法相比, 其生成过程类似于自然多孔介质的形成过程, 并且解决了固相与非固相之间的连接问题, 算法高效简洁, 能够非常方便地进行土体模型的重构.

## 2 格子 Boltzmann 基本理论

### 2.1 单松弛模型

在格子空间中, 分子的移动分为迁移和碰撞. 格子间碰撞和迁移的规则称为 Boltzmann 方程. LBM 应用最广泛的是 LBGK (单松弛模型), 不含外力项的格子 Boltzmann - BGK 方程为

$$f_{\alpha}(r + e_{\alpha}\delta_t, t + \delta_t) - f_{\alpha}(r, t) = -\frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(r, t) - f_{\alpha}^{(eq)}(r, t)], \quad (2)$$

式中:  $f_{\alpha}(r, t)$  为  $t$  时刻在  $r$  位置处  $\alpha$  方向的粒子连续分布函数;  $e$  为粒子速度  $\delta$  简化的有限维速度;  $\tau$  为量纲一化的弛豫时间,  $\tau = \tau_0/\delta_t$ ;  $f_{\alpha}^{(eq)}$  为离散速度空间的局部平衡态分布函数.

Qian 等<sup>[12]</sup> 提出的 DdQm ( $d$  为空间维数,  $m$  为离散速度个数) 模型是 LBM 的基本模型, 二维情况下又以 D2Q9 模型应用最为广泛, 其速度离散方向如图 3 所示.

平衡态分布函数为

$$f_i^{(eq)} = \omega_i \rho \left[ 1 + \frac{e_{\alpha} u}{c_s^2} + \frac{(e_{\alpha} u)^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right], \quad (3)$$

式中:  $c_s$  为格子声速;  $\omega_{\alpha}$  为权系数.

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}}, \omega_i = \begin{cases} 4/9, & \alpha = 1, \\ 1/9, & \alpha = 2, 3, 4, 5, \\ 1/36, & \alpha = 6, 7, 8, 9, \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $c$  为格子速度.

D2Q9 的离散速度:

$$e_{\alpha} = \begin{cases} (0, 0), & \alpha = 1, \\ c \left\{ \cos \left[ (\alpha - 2) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[ (\alpha - 2) \frac{\pi}{2} \right] \right\}, & \alpha = 2, 3, 4, 5, \\ \sqrt{2}c \left\{ \cos \left[ (2\alpha - 3) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[ (2\alpha - 3) \frac{\pi}{4} \right] \right\}, & \alpha = 6, 7, 8, 9. \end{cases} \quad (5)$$

在 LBGK 模型中, 考虑质量守恒和动量守恒, 宏观密度和速度为

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha}, \quad (6)$$

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} f_{\alpha} e_{\alpha}. \quad (7)$$

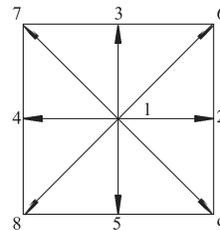


图 3 D2Q9 模型  
Fig. 3 D2Q9 model

### 2.2 边界处理

在格子空间中, 格子间发生碰撞就要考虑反弹. 本次模拟采取的是标准反弹格式和非平衡态外推格式. 对于静止固体边界, 如文中采取的左右不透水边界, 常把边界上的粒子作回弹处理, 称之为标准反弹格式, 见图 4.

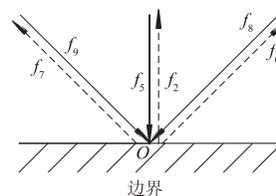


图 4 标准反弹格式  
Fig. 4 Bounce - back scheme

非平衡态外推格式则是把边界节点的分布函数分为平衡态 ( $f^{(eq)}$ ) 和非平衡态 ( $f^{(neq)}$ ) 两个部分<sup>[13-14]</sup>, 即

$$f_i(A, t) = f_i^{(eq)}(A, t) + f_i^{(neq)}(A, t). \quad (8)$$

非平衡态外推格式如图5所示,平衡态函数可用宏观条件下的速度和密度求得,速度边界的非平衡态外推格式可表示为

$$f_i(A,t) = f_i^{(eq)}[\rho(A,t), u_w] + [f_i(B,t) - f_i^{(eq)}(B,t)]. \quad (9)$$

演化方向的格点  $B$  为

$$B = A + e_\alpha \delta_t, \alpha = 3, 6, 7. \quad (10)$$

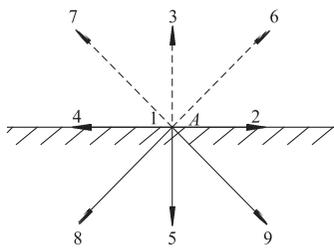


图5 非平衡态外推格式

Fig. 5 Non-equilibrium extrapolation scheme

### 2.3 格子单位与实际单位的转换

为了实现实际情况下土体中水的渗流模拟,对实际单位进行单位转换.同时在实际单位与格子单位之间,通过雷诺数  $Re$  一致可以建立两者之间的关系,从而实现对实际情况的模拟计算并且做出参考.

在 D2Q9 模型中,基本参数为长度  $L'$ ,演化时间  $T'$ 和运动黏度系数  $\nu'$ ,设定这些为格子单位,宏观物理量为  $L, \nu, T$ ,中间转换单位为  $L_r$ ,则

$$L_r = \frac{L'}{L}, \quad (11)$$

$$T = \frac{\nu'}{\nu} \left( \frac{L'}{L} \right)^2, \quad (12)$$

式中:采用的格子单位  $L$  和  $\nu$  为设定参数,宏观物理量  $L'$  可通过相关数据得到,因而可推导  $L_r$ .

通过雷诺数  $Re$  一致得到关系式为

$$L_r u_r = \frac{\nu}{\nu'}, \quad (13)$$

$$u = u' \frac{L_r}{T} = u' \frac{\nu}{\nu'} \frac{L'}{L}, \quad (14)$$

式中: $u'$ 为格子速度; $u$ 为宏观速度.通过以上各式和已知量可得到所需的未知量.

### 3 基本假定

为便于计算,假定:①假设土体中水的渗流速度很小,全部为层流.②土体是完全饱和的,不存在气相影响水的渗流.③土体孔隙中水全部为自由水,渗流过程中单位体积土中自由水含量保持不

变.④土体中水的渗流不考虑重力等外力因素的影响,不考虑土体的变形,孔隙通道的形状和大小不变.⑤模型左右边界为不透水面,即在边界处发生标准反弹,无速度流失.

### 4 模拟算法计算步骤

根据 QSGS 方法、LBM 和基本假定,模拟水在土体中的渗流情况,计算步骤如下:

1) 输入孔隙率  $n$ ,各向生长概率  $P_{d1-4}$  和  $P_{d5-8}$ ,随机生成生长相并生长,直至达到所设置孔隙率,生成所需重构土体.

2) 给定初始的密度  $\rho$ 、速度  $u$  以及粒子分布函数  $f_\alpha = f_\alpha^{(eq)}(\rho, u)$ .

3) 施加边界条件,并令粒子产生碰撞与迁移运动,求出同一时步的离散速度.

4) 计算出下一时步的粒子分布函数  $f_\alpha$  和速度  $u$  等.

5) 判断是否收敛,如不收敛,重复步骤 3,4 直至收敛.

### 5 算例分析

#### 5.1 饱和土体渗流场模型

采用 QSGS 方法进行土体重构,并利用 LBM 算法,可以模拟出对实际情况具有参考作用的微观结构的水的渗流模型.选取  $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$  的区域进行土体重构,水以  $0.062 \text{ cm/s}$  的初速度从上部流入,左右为不透水的边界,孔隙率  $n$  为  $0.4$ ,时间步长  $\delta_t = 1$ ,格子步长  $\delta_x = \delta_y = 1$ ,水穿过土体模型,并以  $u_y$  流出,模型如图 6 所示.

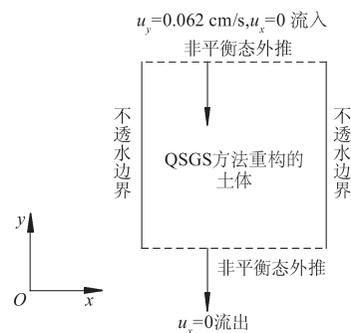


图6 土体渗流模型

Fig. 6 Soil seepage model

本次模拟所采用的宏观物理量与转换后的格子单位见表 1.

表1 物理单位与格子单位转换  
Tab.1 Conversion between physical unit and lattice unit

单位	长×宽	速度	黏度系数
物理单位	20 cm × 20 cm	0.062 cm/s	0.012 cm <sup>2</sup> /s
格子单位	200 × 200	0.043 2	1/12

## 5.2 误差分析

根据重构土体模型和所转换的参数,编写并运行 Matlab 程序,得到渗流云图和各个格点的渗流速度。

文中采取的误差分析方法是在选取格点处进行多步运算,对于同一孔隙率的重构微观土体结构,统计出不同时间的离散速度并进行分析。若速度基本不变,则表示渗流已经稳定;若速度变化仍比较大,则继续运算直至稳定。在运行 40 000 步后速度最大处格点(135,186)的渗流情况如图 7 所示。

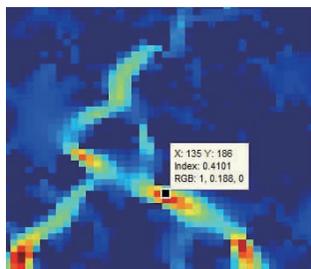


图7 (135,186)处渗流图像  
Fig.7 Seepage image at (135,186)

图 8 为从 0 开始,以 5 000 为间隔取至 40 000 步,统计出最大速度格点(135,186)处的离散速度,  $U_d$  为离散速度。

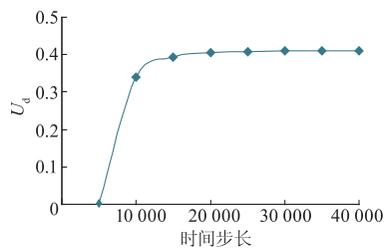


图8 (135,186)处不同时间的离散速度  
Fig.8 Discrete velocity at different time at (135,186)

由图 8 可知,40 000 步时,速度已经稳定,即达到收敛,渗流稳定,此时可将收敛后的数据参与分析。

## 5.3 不同孔隙率土体模型的运算对比

根据图 6 模型和数据运算,可以得到孔隙率  $n = 0.4$  和  $n = 0.6$  渗流稳定后的速度云图。通过对比 2 种不同孔隙率的渗流图像后可以得出,模型中水的渗流速度分布比较均匀,孔隙率  $n$  为 0.6 的云图中有更大的格点速度,即在连通性好的区域,  $n = 0.6$

时的土体孔隙通道比  $n = 0.4$  时的大,并且孔隙率大的土体中渗流速度大,孔隙率越小的土体中的渗流速度越小。

图 9 为  $n = 0.6$  时渗流场内局部速度矢量图。在同一土体中,由渗流场局部速度矢量图可看出,水遇到固体颗粒发生标准反弹,在连通性好的位置速度较大,在连通性不好的区域发生能量损耗,因此在孔隙通道越大的区域,水通常表现出更大的渗流速度。

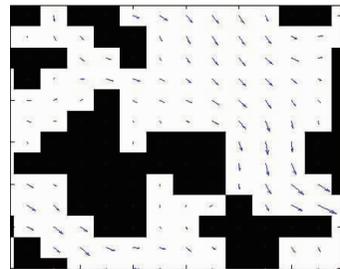


图9 渗流场局部速度矢量  
Fig.9 Local velocity vector of seepage field

## 5.4 大颗粒土与小颗粒土的渗流变化比较

土是岩石经过风化作用而形成的产物。土的种类不同,土的颗粒大小也不同。大颗粒土比表面积小,从而大颗粒土的孔隙往往比小颗粒土要大,对同一孔隙率的大颗粒土与小颗粒土,选择不同的生长相初始分布概率  $p_c$ ,可模拟出大颗粒土与小颗粒土的重构土体,并对它们进行渗流模拟试验。

对于大颗粒土,选取分布概率  $p_c$  为 0.03,孔隙率  $n$  为 0.4 进行模拟,重构得到的土体见图 10。

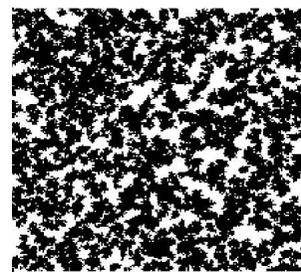


图10 大颗粒土孔隙结构  
Fig.10 Pore structure of large grained soil

对于小颗粒土,初始分布概率  $p_c$  要大,设置为 0.05,同样选取孔隙率  $n$  为 0.4,生成孔隙结构如图 11 所示。

对得到的大颗粒土和小颗粒土的土体模型进行渗流模拟试验,将得到的数据进行分析,得出重构土体大颗粒土和小颗粒土的平均离散速度竖向分布情况,如图 12,13 所示,图中  $u$  为水平向平均渗流速度。

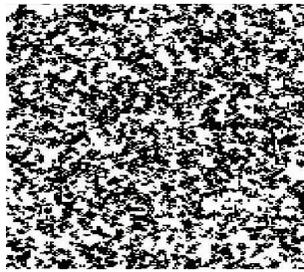


图 11 小颗粒土孔隙结构

Fig. 11 Pore structure of small grained soil

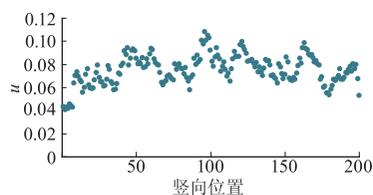


图 12 大颗粒土平均渗流速度竖向分布

Fig. 12 Vertical distribution of average seepage velocity of large grained soil

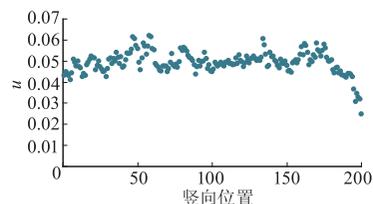


图 13 小颗粒土平均渗流速度竖向分布

Fig. 13 Vertical distribution of average seepage velocity of small grained soil

由图 12,13 的平均渗流速度分布可知,大颗粒土的平均离散速度在 0.08 上下波动,小颗粒土的平均离散速度在 0.05 上下波动,并且大颗粒土的波动幅度要大,由此可见,在相同孔隙率条件下,大颗粒土的渗流速度一般比小颗粒土要大,而小颗粒土中的渗流速度相比于大颗粒土更为稳定。

## 6 结 论

基于格子 Boltzmann 方法,对四参数随机生长法生成的土体微观结构进行了细观渗流模拟,得出以下结论:

1) 四参数随机生长法所生成重构土体过程与自然土体形成过程相似,算法高效简洁,能够很好地模拟真实土体。

2) 格子 Boltzmann 方法模拟水的渗流相比于常规宏观试验,能够很好地模拟流场中粒子的运动情况,为进一步研究土体的渗流提供了有效的手段。

3) 在连通性良好的前提下,孔隙率越大的土体中水的渗流速度越大,孔隙率越小的土体中的渗流速度越小;同一土体中孔隙通道越小的位置水的渗流速度越小,孔隙通道越大的位置渗流速度越大。

4) 在相同孔隙率条件下,大颗粒土的渗流速度比小颗粒土的渗流速度大,而小颗粒土的渗流更为稳定。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] Pilotti M. Generation of realistic porous media by grains sedimentation [ J ]. *Transport in Porous Media*, 1998, 33: 257 - 278.
- [ 2 ] Maiera R S, Kroll D M, Benard R S, et al. Pore - scale simulation of dispersion [ J ]. *Physical Fluids*, 2000 ( 12 ): 2065 - 2079.
- [ 3 ] Madadi M, Sahimi M. Lattice Boltzmann simulation of fluid flow in fracture networks with rough, self-affine surfaces [ J ]. *Physical Review E*, 2003, 67 ( 2 ): 1 - 12.
- [ 4 ] Zhang H F, Ge X S, Ye H. Randomly mixed model for predicting the effective thermal conductivity of moist porous media [ J ]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2006, 39: 220 - 226.
- [ 5 ] Wang M, Wang J, Pan N, et al. Mesoscopic predictions of the effective thermal conductivity for microscale random porous media [ J ]. *Physical Review E*, 2007, 75 ( 3 ): 036702 - 036712.
- [ 6 ] 何雅玲,王勇,李庆. 格子 Boltzmann 方法的理论及应用 [ M ]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [ 7 ] 郭照立,郑楚光. 格子 Boltzmann 方法的原理及应用 [ M ]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [ 8 ] Chongxun Pan, Luo L S, Miller C T. An evaluation of lattice Boltzmann schemes for porous medium flow simulation [ J ]. *Computers & Fluids*, 2006, 35: 898 - 909.
- [ 9 ] 许友生. 一种新的模拟渗流运动的数值方法 [ J ]. *物理学报*, 2003, 52 ( 3 ): 626 - 629.  
Xu Yousheng. A new numerical method for simulating fluid flow through porous media [ J ]. *Chinese Journal of Physics*, 2003, 52 ( 3 ): 626 - 629. ( in Chinese )
- [ 10 ] 王华龙,柴振华,郭照立. 致密多孔介质中气体渗流的格子 Boltzmann 模拟 [ J ]. *计算物理*, 2009, 26 ( 3 ): 389 - 395.  
Wang Hualong, Chai Zhenhua, Guo Zhaoli. Lattice Boltzmann simulation of Gas transusion in compact porous media [ J ]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2009, 26 ( 3 ): 389 - 395. ( in Chinese )

( 下转第 326 页 )