

doi:10.3969/j.issn.1674-8530.2013.09.004

## 基于 ESO 的罗茨泵叶轮拓扑优化设计

陈小明, 赖喜德, 张翔, 周翔

(西华大学能源与环境学院, 四川 成都 610039)



陈小明

**摘要:** 针对大流量和高转速罗茨泵的运行特点,应用进化结构优化算法(ESO)对双叶罗茨泵叶轮进行结构拓扑优化.对优化过程中出现的结构突变现象,提出基于奇异单元联结特征的筛选和删除算法,在此基础上对 ESO 算法进行改进,确保了优化过程的连续性与稳定性.采用 Ansys 参数化设计语言 APDL,编程以实现改进后的 ESO 算法.通过区间逼近并结合优化程序可视化进程确定初始删除率允许区间,在该区间内,分别以 5 种不同初始删除率对受到 1 500 r/min 惯性载荷的罗茨泵叶轮进行优化,对不同的优化结果进行性能参数指标分析、筛选,获得了合理的叶轮拓扑结构.有限元对比分析表明:新结构在受惯性力作用时其应力分布更为均匀,材料利用率显著提高,优化后新结构的最大应力、应变、位移分别较原叶轮结构减小 17.7%,17.5%,18.7%;质量较原叶轮结构减小 55%,大大提高了罗茨泵在高转速、大流量运行工况下的安全性和稳定性.

**关键词:** 罗茨泵;拓扑优化;渐进结构优化;有限元;结构突变

**中图分类号:** S277.9; TH36 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-8530(2013)09-0752-06

陈小明,赖喜德,张翔,等.基于 ESO 的罗茨泵叶轮拓扑优化设计[J].排灌机械工程学报,2013,31(9):752-757.

## Topological optimization design of Roots pump lobe with ESO method

Chen Xiaoming, Lai Xide, Zhang Xiang, Zhou Xiang

(School of Energy and Environment, Xihua University, Chengdu, Sichuan 610039, China)

**Abstract:** Concerning the safety and stability in operation of Roots pumps which are featured with large flow rate and high speed, the topology of lobe in a two-lobe Roots pump was optimized by means of evolutionary structural optimization (ESO) method. Since a structural mutation phenomenon occurs during the optimization process, the screening and deletion algorithms are proposed based on the connection traits between singular elements to improve the ESO method, eventually the stability and continuity of the optimization process are ensured. The improved ESO method was realized by using Ansys mechanical parametric design language (APDL). At first, the allowable interval of initial rejection rate was ascertained by using interval approximation and combining with the visual process of program. Then, the topology of lobe in a two-lobe Roots pump was optimized with five kinds of initial rejection rates when it was subject to the 1 500 r/min inertial load. Finally, a reasonably topological structure for the lobe was decided by analyzing maximum stress, strain and displacements in different design cases and sifting among them. Comparing the results of finite element analysis shows that the optimized structure not only experiences more even stress distribution under the inertial load but the material utiliza-

收稿日期: 2013-03-01; 网络出版时间: 2013-09-16

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/32.1814.TH.20130916.1056.004.html>

基金项目: 流体及动力机械省部共建教育部重点实验室(西华大学)学术成果培育项目(SBZDPY-11-7); 四川省教育厅成果转化培育项目(11ZZ002); 西华大学研究生创新基金资助项目(Ycjj201382)

作者简介: 陈小明(1987—),男,重庆江津人,硕士研究生(optimistic\_forever@126.com),主要从事动力机械数字化设计与制造技术研究. 赖喜德(1962—),男,四川三台人,教授,博士生导师(laixd@mail.xhu.edu.cn),主要从事流体动力机械数字化设计与制造、水电力工程研究.

tion ratio is also improved considerably. The maximum stress, strain and displacement are reduced by 17.7%, 17.5% and 18.7%, respectively, the mass of rotor is decreased by 55%; as a result, the safety and stability can be improved greatly for this Roots pump operating at a high speed and large flow rate.

**Key words:** Roots pump; topology optimization; evolutionary structural optimization; finite element; structural mutation

罗茨泵是一种常用的真空获得设备,被广泛应用于真空冶炼、真空镀膜、真空浸渍、医药化工的蒸馏和精馏等领域.国内所生产的罗茨泵流量一般低于  $1\ 200\ \text{m}^3/\text{min}$ ,转速在  $1\ 000\ \text{r}/\text{min}$  以内,现有罗茨泵已不能满足某些行业发展的需求,因此,非常有必要针对高转速、大流量罗茨泵进行研究,以开发出满足要求的罗茨泵.

罗茨泵的叶轮作为整机核心零部件对整机安全、稳定运行有很大影响,相比传统型式的罗茨泵,大抽速罗茨泵单机转速提高、流量增大、结构尺寸限制等对罗茨泵叶轮的结构强度、刚度及可靠性提出了更高要求.为防止离心惯性力对叶轮结构造成破坏,必须对叶轮拓扑结构进行重新设计,要求叶轮所受应力在安全范围以内,并满足轻量化、应力分布均匀化、材料利用高效化的要求,以节省制造成本,保证运行安全.传统的叶轮拓扑设计主要依赖于设计人员的实际经验,参照已投入使用的罗茨泵叶轮型面拓扑结构进行设计优化,设计方案每调整一次就需进行完备的有限元分析.由于该方法的不确定性以及盲目性导致了叶轮设计周期较长,很难得到叶轮的最优拓扑.

文中以某大型罗茨泵(设计流量  $Q = 2\ 000\ \text{m}^3/\text{min}$ ,转速  $n = 1\ 500\ \text{r}/\text{min}$ )为研究对象,应用 ESO 进化结构优化算法对罗茨泵叶轮进行拓扑优化,针对优化过程中出现的奇异单元提出基于奇异单元特征的消去算法,并对 ESO 优化步骤进行改进.应用改进后的 ESO 算法,通过设置不同初始删除率优化得到 5 种全新的拓扑结构,对优化后的结构进行性能参数的比对,最终确定叶轮的最优拓扑,为大流量、高转速罗茨泵的设计制造提供一定参考.

## 1 ESO 理论及其存在的问题

Xie 等<sup>[1]</sup>在 1993 年提出进化结构优化算法(evolutionary structural optimization, ESO),经过多年的发展,ESO 方法以及所采用的具体优化步骤<sup>[2-4]</sup>已在多个领域取得应用<sup>[5-7]</sup>并表现出良好的工程适用

性<sup>[8-10]</sup>.但是,针对二维模型,在实际应用 ESO 方法进行结构优化时,由于单元的删除,会使优化区域内的结构出现特殊变化,造成模型奇异,如图 1 所示.该型式的结构会使模型刚度矩阵发生突变,在进行有限元分析时,这样的单元会产生很大位移,导致计算结果不收敛,优化过程中断.

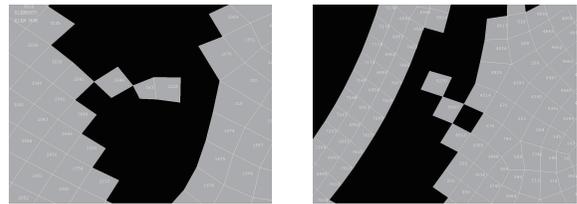


图 1 ESO 优化过程中出现的奇异模型

Fig. 1 Singular model emerged in optimization process

此外,优化设计区域内的单元只能根据判定条件删除而不可恢复,会使得优化结果落入局部最优.为解决此问题,一些学者<sup>[11-13]</sup>在 ESO 的基础上又提出双向渐进结构优化算法(BESO),但是双向渐进结构优化算法相比进化优化算法在程序实现上更为复杂,进化过程中在某一删除率下可能导致振荡,且在实现单元恢复时设置了过多的参数,而这些参数往往都是一些经验值<sup>[14]</sup>,很难准确调整.

## 2 ESO 优化步骤改进

### 2.1 基于奇异单元特征的筛选和删除算法

为保证优化顺利进行,在 ESO 优化过程中应设法将奇异单元删除,以使有限元计算收敛.观察发现造成结构奇异的单元具有共同特征,即对四边形单元,与组成它的节点相连的存活单元个数不超过 2 个,而正常的单元,这一个数至少在 3 个及以上.满足以上特征的单元即为奇异单元,利用奇异单元这一识别特征能对奇异单元进行准确地筛选、删除,以使模型得到修正.其具体实现步骤如下:

1) 在某一删除率下按式(1)删除单元以后,根据奇异单元特征条件判断是否存在奇异单元.

$$\sigma_e^{\text{VM}} / \sigma_{\text{max}}^{\text{VM}} < RR_i, \quad (1)$$

式中:  $\sigma_e^{VM}$  为模型单元应力;  $\sigma_{max}^{VM}$  为模型的最大单元应力;  $RR_i$  为删除率.

2) 删除所筛选出的奇异单元.

3) 奇异单元的删除可能会产生新的奇异单元, 因此需在前次奇异单元删除之后继续搜寻现存的奇异单元进行删除, 整个过程持续到不能筛选出奇异单元为止.

4) 将修改后的模型进行有限元分析求解.

5) 重复 1-4 步, 直至达到对应删除率  $RR_i$  下的稳态.

## 2.2 初始删除率的允许区间

优化过程中初始删除率  $RR_0$  的大小直接决定了最终优化结果的拓扑结构, 以不同的初始删除率开始优化会得到不同的优化结果, 并且初始删除率  $RR_0$  的大小需在特定的区间内取值优化才能得以进行, 若  $RR_0$  设置得过小, 优化区域内将不存在满足判定条件式(1)的单元, 而  $RR_0$  过大则不能得到任何优化结果. 利用这一特点, 通过多次迭代计算并结合程序的可视化进程可确定初始删除率的允许区间. 在  $RR_0$  允许区间范围内以某一递增率设置多个初始删除率, 得到多个优化结果, 以此避免 ESO 优化过程中产生的局部最优解问题.

## 2.3 主程序流程图

通过采用基于奇异单元特征的筛选和删除算法, 避免了优化进程的中断, 而初始删除率区间的确定则使优化结果有了选择性. 在改进后的优化主程序中, 首先通过迭代计算确定允许初始删除率区间, 在区间范围内按适当的递增率选择多个初始删除率值  $RR_0$  分别进行优化, 得到多个优化结果. 对单次优化过程, 改进后的 ESO 算法主程序流程图如图 2 所示.

## 3 罗茨泵叶轮结构拓扑优化的实现

以大型商用软件 Ansys 作为有限元分析软件, 采用参数化设计语言 APDL 编程, 利用改进后的 ESO 算法对罗茨泵叶轮进行优化, 其中单元的删除通过 APDL 生死单元技术实现.

### 3.1 罗茨泵叶轮优化区域的确定

罗茨泵叶轮型面及分区如图 3 所示, 该型叶轮高 1 153 mm, 宽 542 mm, 叶轮轴孔直径  $D = 220$  mm. 叶轮材料采用球墨铸铁 QT450. 叶轮型线根据罗茨泵的性能指标进行设计, 型线由圆弧、摆线以及渐开线构成, 在优化过程中为确保罗茨泵的性能

要求, 叶轮型线附近区域必须存在. 叶轮在正常运转时, 通过轴与轴孔的过盈配合传递转矩, 中间孔部分区域保证了叶轮的结构要求. 因此, 叶轮的区域划分以满足叶轮的性能、结构要求为准则, 分别将叶轮型线向内偏置 20 mm 和轴孔向外偏置 20 mm 所形成区域确定为固定区域, 即非优化设计区域, 其余部分为优化设计区.

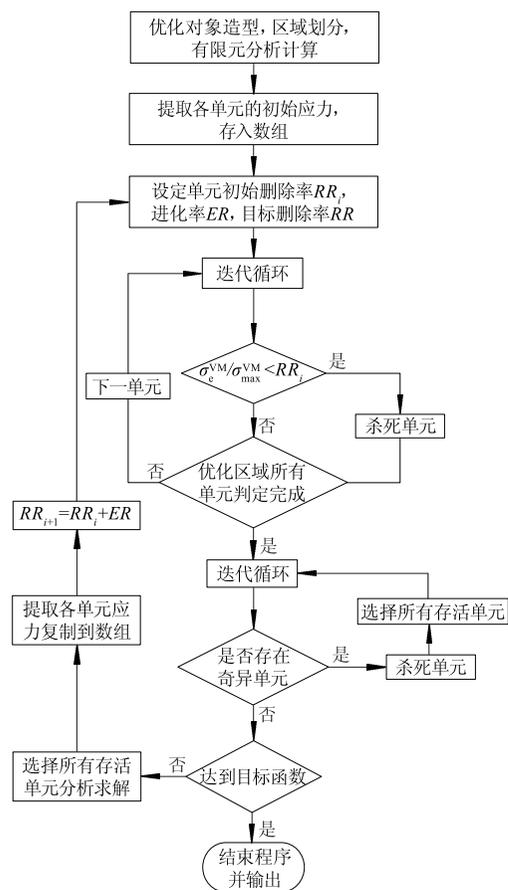


图 2 改进后的 ESO 算法流程图

Fig. 2 Flow-chart of improved ESO algorithm

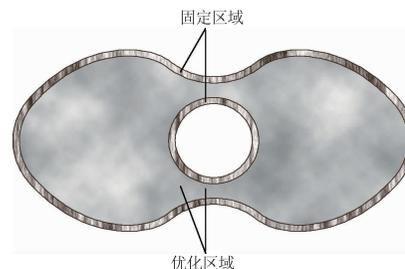


图 3 罗茨泵叶轮型面及分区

Fig. 3 Profile and subarea of Roots pump lobe

罗茨泵叶轮在其轴向具有相同的截面形状, 呈轴对称分布, 在正常运行时主要受惯性载荷的作用. 根据这些特点, 为减少计算时间, 提高计算效

率,在有限元计算时采用 1/4 的二维平面模型作为分析对象.

采用四边形平面单元 plane42 对 1/4 罗茨泵型面的优化区域和非优化区域进行初始网格划分,结构单元如图 4 所示,其中单元数为 6 731,节点数为 6 853. 中心边界采用固定处理,对模型施加 1 500 r/min 的惯性载荷.



图 4 叶轮型面 1/4 有限元模型  
Fig. 4 One quarter finite element model of lobe

### 3.2 优化结果

计算得到罗茨泵的允许初始删除率区间为  $[0.08, 0.16]$ . 在该区间内,以 0.02 为递增率设置 5 种初始删除率,分别进行优化,优化结果如图 5 所示.

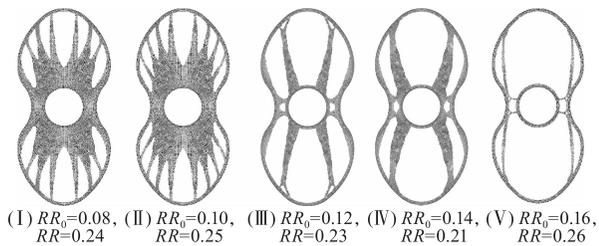


图 5 不同初始删除率、目标删除率下的优化结果  
Fig. 5 Optimized results of different initial and target rejection rates

## 4 结果参数分析及性能对比

罗茨泵叶轮各优化结果参数指标如表 1 所示,表中: $\sigma_{\max}$  为最大应力; $A$  为型面面积比; $\sigma_a$  为平均应力; $PI$  为性能指标.

表 1 各优化结果关键参数指标  
Tab. 1 Key parameter indexes for optimized results

编号	$RR_0$	$RR$	$\sigma_{\max}/\text{MPa}$	$A$	$\sigma_a/\text{MPa}$	$PI$
I	0.08	0.24	30.346	0.588	12.583	2.072
II	0.10	0.25	28.387	0.617	12.560	2.109
III	0.12	0.23	47.078	0.331	17.325	2.377
IV	0.14	0.21	49.081	0.446	16.532	1.687
V	0.16	0.26	78.173	0.211	25.439	2.252

有限元计算结果表明各优化结果的最大应力均小于材料 QT450 的屈服强度,且有较高的安全

系数. 在 5 种优化结果中,针对不同的参数指标各叶轮有着不同的表现,单一参数不能满足同时考虑应力、材料利用率、叶轮重量的评判标准. 对实际产品,希望在高转速、大流量工况下运行的罗茨泵叶轮有更轻的重量以及更小的应力,而对于最终的优化结果,面积比小的同时,最大应力值较高,这 2 个主要参数的反向变化不利于对最终优化结果进行评价. 为评判最终优化结果的综合性能,采用性能指标 ( $PI$ ) 作为评判依据.

$$PI_i = \frac{(\sigma_{\max}^{\text{vm}})_0 \times v_0}{(\sigma_{\max}^{\text{vm}})_i \times v_i}, \quad (2)$$

式中: $v_0$  为初始设计结构体积; $(\sigma_{\max}^{\text{vm}})_0$  为初始设计结构的最大应力; $v_i$  为单次进化中第  $i$  次迭代的结构体积; $(\sigma_{\max}^{\text{vm}})_i$  为单次进化中第  $i$  次迭代的最大应力. 式(2)多用于评判优化进程中设计的效率<sup>[15]</sup>,对于设置不同初始删除率得到的多种优化结果可用每次优化进程中优化结束时的最大应力和体积代入公式计算,得到的结果作为综合性能评判指标.

图 6 为各优化结果性能指标  $PI$  的比较,在各优化结果中 III 型叶轮的  $PI$  值最大,对应的  $RR_0 = 0.12, RR = 0.23$ .

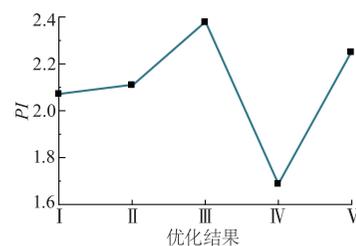


图 6 各优化结果性能指标对比曲线  
Fig. 6 Comparison of optimized performance indexes

## 5 结构静力学分析

原叶轮结构一般通过增设减重孔以降低叶轮重量,其型面拓扑结构和三维实体模型如图 7a 所示. 为避免锯齿型边界所带来的应力集中问题,将 III 型叶轮边界光顺后再进行有限元分析计算. 光顺后的 III 型叶轮及三维实体模型如图 7b 所示.

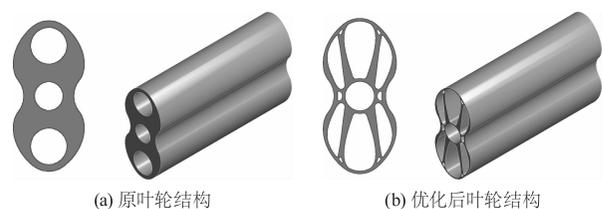


图 7 原叶轮与优化后的型面结构及三维实体模型  
Fig. 7 Profile and 3D solid model of original and optimized lobes

对图7原叶轮结构和优化后叶轮结构分别进行静力学分析,计算结果及等效应力、总变形分布如表2和图8所示,其中: $\varepsilon$ 为最大应变; $d$ 为位移; $\sigma_e$ 为等效应力。

表2 原叶轮结构与优化后叶轮结构有限元计算结果  
Tab.2 Results of finite element analysis on original and optimized lobes

指标	$\sigma_{\max}/\text{MPa}$	$\varepsilon/\%$	$d/\text{mm}$	$A$
原叶轮结构	40.147	0.268	0.112	0.734
优化后叶轮结构	33.036	0.221	0.091	0.329
削减量/%	17.712	17.537	18.750	55.720

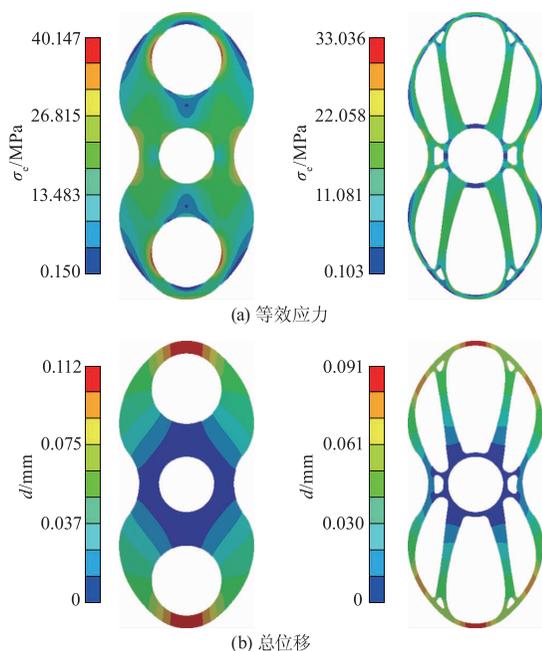


图8 有限元计算对比分析云图

Fig.8 Comparative contours of finite element analysis

由表2及图8可以看出,在同样受到1500 r/min 惯性载荷作用下,优化后结构的最大应力、最大应变、最大位移都较原叶轮结构减小17%~19%,优化后结构的应力分布均匀,材料利用率高,其体积更是比原叶轮结构减小55%,大大减轻了叶轮重量。

## 6 结论

1) 基于奇异单元特征的删除去畸方法很好解决了 ESO 优化过程中由结构奇异所导致的程序中缺陷,该方法程序实现简单,实用性强。

2) 采用迭代计算确定初始删除率  $RR_0$  的允许区间,以不同删除率开始优化得到多个优化结果的优化策略,避免了传统 ESO 算法容易使优化结果落

入局部优化解的不足,增强了 ESO 优化方法在解决工程实际问题中的灵活性。

3) 改进后的 ESO 优化方法直接用于高转速、大流量罗茨泵叶轮的优化设计,得到了全新的叶轮结构。该叶轮拓扑结构与原叶轮拓扑结构相比,其力学性能得到大幅提升,且材料利用率高。由此证明了该方法的可行性,为高转速和大流量罗茨泵叶轮的拓扑结构设计提供了一定的参考。

## 参考文献 (References)

- [1] Xie Y M, Steven G P. A simple evolutionary procedure for structural optimization [J]. Computers and Structures, 1993, 49 (5): 885-896.
- [2] 荣见华, 谢忆民, 姜节胜, 等. 渐进结构优化设计的现状与进展 [J]. 长沙交通学院学报, 2001, 17(3): 16-23.  
Rong Jianhua, Xie Yimin, Jiang Jiasheng, et al. Present situation and development of evolutionary structural optimization method [J]. Journal of Changsha Communications University, 2001, 17(3): 16-23. (in Chinese)
- [3] Xie Yimin, Huang Xiaodong. Recent developments in evolutionary structural optimization (ESO) for continuum structures [J]. Materials Science and Engineering, 2010, 10 (1): 012196.
- [4] Huang Xiaodong, Xie Yimin. A further review of ESO methods for topology optimization [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2010, 41(5): 671-683.
- [5] Steven G P, Querin O, Xie Y M. Evolutionary structural optimization (ESO) for combined topology and size optimization of discrete structures [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 188(4): 743-754.
- [6] Marckmann G, Bettess P, Peseux B. Self-designing structures: A new evolutionary rule for thickness distribution in 2D problems [J]. Communications in Numerical Methods in Engineering, 2002, 18(10): 743-755.
- [7] 刘丰睿, 赵丽滨, 韩邦成, 等. 磁悬浮控制力矩陀螺框架结构的拓扑优化设计 [J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(4): 455-458.  
Liu Fengrui, Zhao Libin, Han Bangcheng, et al. Topology optimization design of frame structure for magnetic suspension control moment gyroscope [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(4): 455-458. (in Chinese)
- [8] Ren G, Xie Y M. Optimization of underground excavation in rock masses using ESO techniques [C]// Proceedings of the 12th International Conference on Opti-

- mum Design of Structures and Materials in Engineering. [S. l.]: WIT Press, 2012: 165 - 174.
- [ 9 ] Ansole R, Vegueria E, Canales J, et al. A simple evolutionary topology optimization procedure for compliant mechanism design [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2007, 44(1/2): 53 - 62.
- [ 10 ] 范文杰, 徐进永, 张子达. 基于双向渐进结构优化法的装载机动臂拓扑优化[J]. 农业机械学报, 2006, 37(11): 24 - 27.  
Fan Wenjie, Xu Jinyong, Zhang Zida. Topology optimization on arm of loader based on BESO [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(11): 24 - 27. (in Chinese)
- [ 11 ] Huang Xiaodong, Xie Yimin. Bi-directional evolutionary topology optimization of continuum structures with one or multiple materials [J]. Computational Mechanics, 2009, 43: 393 - 401.
- [ 12 ] Huang Xiaodong, Xie Yimin. A new look at ESO and BESO optimization methods [J]. Structural and Multi-disciplinary Optimization, 2008, 35: 89 - 92.
- [ 13 ] Querin O, Yong V, Steven G P, et al. Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimization [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 189(2): 559 - 573.
- [ 14 ] 孙圣权, 张大可, 徐云岳, 等. 基于应力突变率的双向进化结构优化算法[J]. 机械设计与研究, 2008, 24(2): 6 - 10.  
Sun Shengquan, Zhang Dake, Xu Yunyue, et al. A bi-directional evolutionary structural optimization method based on ratio of stress change [J]. Machine Design and Research, 2008, 24(2): 6 - 10. (in Chinese)
- [ 15 ] 许强, 李湘沉, 陈庆, 等. 基于 ANSYS 平台的连续体渐进结构优化设计及其应用[J]. 建筑科学与工程学报, 2008, 25(1): 23 - 31.  
Xu Qiang, Li Xiangyuan, Chen Qing, et al. Evolutionary structural optimization design of continuum based on ANSYS platform and its application [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2008, 25(1): 23 - 31. (in Chinese)

(责任编辑 陈建华)



(上接第 740 页)

- [ 6 ] Bathe K J, Zhang H. Finite element developments for general fluid flows with structural interactions [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 60(1): 213 - 232.
- [ 7 ] Luo Y Y. Fluid-structure interaction analysis of flexible composite [J]. Journal of Fluids and Structures, 2008, 24(6): 799 - 818.
- [ 8 ] 裴吉, 袁寿其, 袁建平. 流固耦合作用对离心泵内部流场影响的数值计算[J]. 农业机械学报, 2009, 40(12): 108 - 112.  
Pei Ji, Yuan Shouqi, Yuan Jianping. Numerical calculation for effect of fluid-structure interaction on flow field in centrifugal pump [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(12): 108 - 112. (in Chinese)
- [ 9 ] 罗永要, 王正伟, 梁权伟. 混流式水轮机转轮动载荷作用下的应力特征[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2005, 45(2): 235 - 237.  
Luo Yongyao, Wang Zhengwei, Liang Quanwei. Stress of Francis turbine runners under fluctuant work conditions [J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2005, 45(2): 235 - 237. (in Chinese)
- [ 10 ] 邱华. 水电机组运行稳定性研究[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [ 11 ] 关醒凡. 轴流泵和斜流泵[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2009.

(责任编辑 陈建华)