旋涡发生器三维流场的数值模拟

陈善群[1]，王 泽[2]
(1. 河海大学 水利水电工程学院，江苏 南京 210098；2. 河海大学 环境科学与工程学院，江苏 南京 210098)

摘 要：采用标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型，对纵向旋涡发生器(longitudinal vortex generator)引起的流场扰动进行了并行数值模拟. 控制方程使用有限元法离散，采用改进的 Uzawa 法将速度与压强耦合，网格划分使用了非结构化网格技术. 计算得到空气绕过旋涡发生器后产生了一对下洗纵向涡，动量的输运使得涡间壁面边界层变薄，而旋涡外侧边界层变厚. 随着流动向下游发展，涡的强度不断变小，但涡形在很远的地方依然存在. 将计算所得旋涡发生器后两个横断面上的流向和纵向速度与试验数据进行对比，结果表明，在近壁处计算结果与试验结果吻合良好，标准 $k-\varepsilon$ 模型基本能够模拟旋涡发生器引起的三维湍流流动.

关键词：旋涡发生器；纵向涡；标准 $k-\varepsilon$ 模型；数值模拟；有限元法
中图分类号：TB126 **文献标志码**：A **文章编号**：1005-6254(2008)01-0065-04

Numerical simulation of 3D flow field in a pair of vortex generators

CHEN Shan-qun[1], *WANG Ze*[2]
(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China; 2. College of Environmental Science and Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: Using the Reynolds averaged Navier-Stokes equations and the standard $k-\varepsilon$ turbulence model, numerical simulations based on parallel computation were performed for three-dimensional turbulent flows containing longitudinal vortex pairs. The N-S equations were discretized by finite element method. The unstructured grid method was used to generate mesh. Characteristics of 3D velocity field were discussed. The numerical results of the mean-flow velocity were compared with the corresponding measurement data and good agreement was obtained. The results verify that the standard $k-\varepsilon$ model can basically simulate the 3-D turbulent flow introduced by vortex generators.

Key words: vortex generator; longitudinal vortices; standard $k-\varepsilon$ model; numerical simulation; finite element method

旋涡发生器在实际工程中有许多应用，如在物面上布置旋涡发生器产生纵向涡改变湍流边界层的流动结构，从而减阻或提高传热效率等；在机翼上安装涡发生器可以延缓边界层分离，防止飞机因气流分离造成的一些偏离现象. 这些应用的本质都是通过产生纵向旋涡加速主流区与壁面附近流体混合，从而促进两者间动量的交换，使边界层减薄或被破坏. 因此研究纵向涡的发生发展机理，以及它们所引起周围流场的变化成为一项基础而且实用的工作.

虽然研究直角三角翼产生纵向涡的物理模型比较简单，但由于被干扰近壁边界层内湍流量的变化相当复杂，以及目前数值模拟方法的局限性，给数值

收稿日期：2007-10-31
基金项目：江苏省自然科学基金资助项目(BK2003208)
作者简介：陈善群(1981—)，女，安徽合肥人，博士研究生(chenshanqun@yahoo.com.cn)，主要从事计算流体力学研究.
王 泽(1956—)，女，辽宁沈阳人，教授，博士生导师(wangze402@yahoo.com)，主要从事计算流体力学教学和研究.

万方数据

方法的设计带来相当的困难，目前的研究仍是以试验为主. 作者拟采用非结构、非均匀网格和有限元方法，求解 N－S 方程，使用标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型[1]对 LVG 引起的三维湍流流场进行数值模拟，并将计算结果和试验结果作定量比较.

1 数学模型

考虑非定常的不可压缩牛顿流体，控制其流动的基本方程是雷诺平均方程即连续方程

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

动量方程

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + v\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u'_i u'_j}) \tag{2}$$

为了得到封闭的方程组，雷诺应力 $-\rho\overline{u'_i u'_j}$ 需用湍流模式确定. 这里应用 Boussinesq 的涡粘性假设，即

$$\rho\overline{u'_i u'_j} = \rho v_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \tag{3}$$

式中 v_t 为紊动粘性系数；k 为湍流动能，定义为 $k = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_j}$. v_t 由标准的 $k-\varepsilon$ 模型确定，即

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{4}$$

其中 ε 是湍流的粘性耗散. k 和 ε 用两个输运方程来确定

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i\frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{v_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_i}\right) + P - \varepsilon \tag{5}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_i\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right) + C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{6}$$

其中 P 是湍能生成项，定义为 $P = v_t\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$

式(4) ~ (6) 中的经验系数取 $C_\mu = 0.09$，$\sigma_k = 1.0$，$\sigma_\varepsilon = 1.3$，$C_{1\varepsilon} = 1.44$，$C_{2\varepsilon} = 1.92$.

2 计算方法

对式(4) ~ (6)使用迦辽金加权余量法进行离散[2]，采用改进的 Uzawa 法[3]将速度与压强耦合. 为了减少求解过程中数值震荡，采用迎风有限元格式[4]. 计算过程采用共轭梯度平方法(BI－CG-STAB)进行迭代计算. 求解过程为两步迭代，即先解雷诺平均方程，后解 $k-\varepsilon$ 方程，再回到第一步，这样反复迭代，直到求出解来.

3 网格划分及边界条件施加

三维湍流场试验数据由 Pauley 和 Eaton[5] 提供，试验风洞长、宽、高分别为 200，61 和 13 cm. 纵向涡对由放置在底面上的一对半三角翼旋涡发生器产生. 半三角翼高 2 cm，长 5 cm，两翼间距 4 cm，具体布置如图 1 所示. 为了便于同试验数据作对比分析，计算区域以及三角翼布置完全依照试验进行.

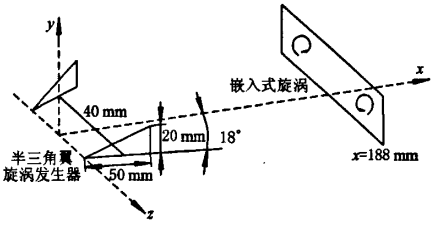
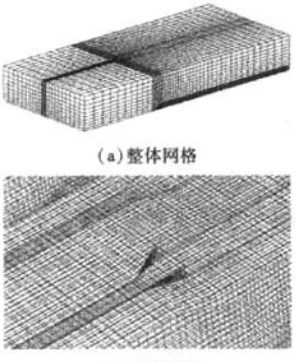


图 1 旋涡发生器尺寸及在平板上布置

Fig. 1 Sketch of the LVGs on flat plate and size of LVGs

由于三角翼处于模型内部，为了对其施加无滑移边界条件，将模型划分成 21 个模块. 各个模块均采用有限元的非结构、非均匀的六面体网格进行划分. 为更好地分辨三角翼下游近壁附近的流动结构，在壁面上 20 mm 范围内布置了非常细的网格，最终模型由 337 345 个单元组成. 计算区域的三维网格如图 2 所示，为了便于显示，图 2a 给出全部计算域的粗网格，仅为计算网格的十分之一，图 2b 给出了三角翼附近网格. 由于计算量很大，单机内存无法满足计算需要，故本次计算在 8 台并行机群上运行.



(a) 整体网格

(b) 局部网格

图 2 计算网格

Fig. 2 Computational grids

万方数据

入口处的边界条件由三个已知的速度分布组成，$u=16$ m/s，$v=w=0$；出口边界条件取为自由边界条件；四周壁面采用无滑移边壁条件；标准 $k-\varepsilon$ 模型近壁处用常规壁函数法处理[6].

4　计算结果及讨论

图 3 是计算所得 x 为 66，97，142 和 188 cm 四个横截面内二次流速度矢量图，图 4 是 4 个横截面上流向速度等值线图，它们与文献[7]中由试验做出的图像大体相符，定性地反映了下洗双涡的一些重要特征. 空气经旋涡发生器后产生了一对下洗纵向涡，纵向涡促使主流区空气和壁面区空气交换，这样的动量输运使得两涡间壁面边界层变薄，而涡外侧边界层变厚. 由图 3，4 可见，随着流动向下游发展涡心与壁面的距离以及涡心间距离逐渐增大，涡强度不断减小. $x=66$ cm 横截面上涡间距为 8 cm，$x=188$ cm 时两涡间距增大为 12 cm. 涡偶间距不断变大使得两涡间相互作用不是很强烈，到后部几乎可以忽略. 涡核半径增长迅速，但旋涡形状并未遭到破坏，在图中 $x=188$ cm 截面上旋涡仍然清晰可见.

文献[5]详细提供了 x 为 97 cm 和 188 cm 两个横截面上流体的平均速度 (u,v)，并做了无量纲处理，u_e 是来流速度 16 m/s. 为了便于比较，本文的计算结果也做了同样的无量纲处理. 图 5，图 6 绘出了 x 为 97，188 cm 两个横截面和 z 为 0，2 cm 两个纵向位置上流动速度分布的计算值和试验值，因展向(z 向)速度值接近零故未作对比. 比较可见，流向速度 u 在壁面附近($y<1$ cm)计算数据偏大，其他位置计算值均与试验值吻合良好. 由此也证实了标准 $k-\varepsilon$ 模型基本能够模拟旋涡发生器引起的三维湍流流动.

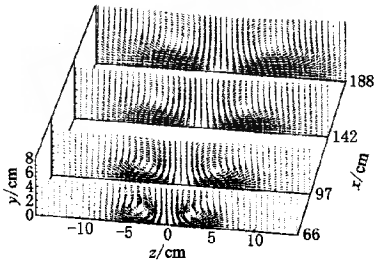


图 3　二次流矢量图

Fig. 3　Secondary flow vectors

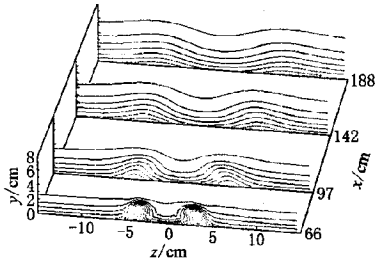


图 4　流向速度等值线图

Fig. 4　Contours of streamwise velocity

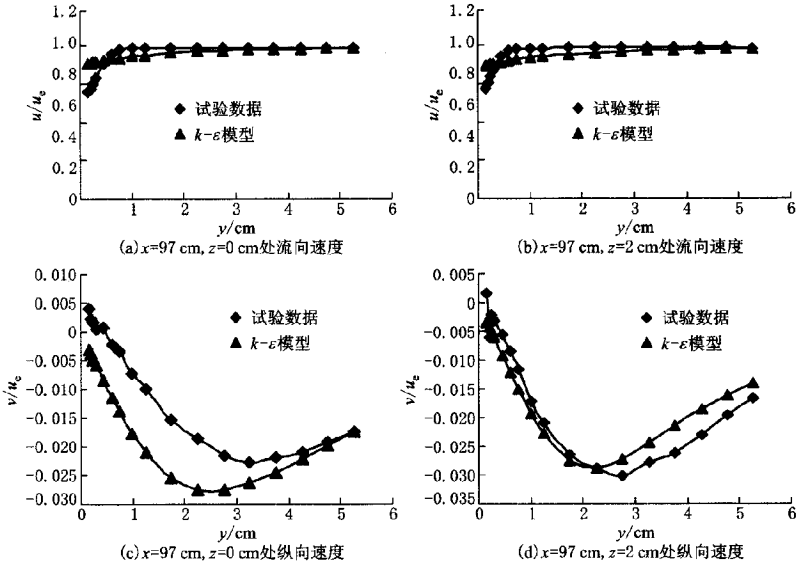


图 5　在 $x=97$ cm，$z=0$ cm 和 $z=2$ cm 处流动速度分布

Fig. 5　Velocity profile at $x=97$ cm，$z=0$ cm and $z=2$cm

万方数据

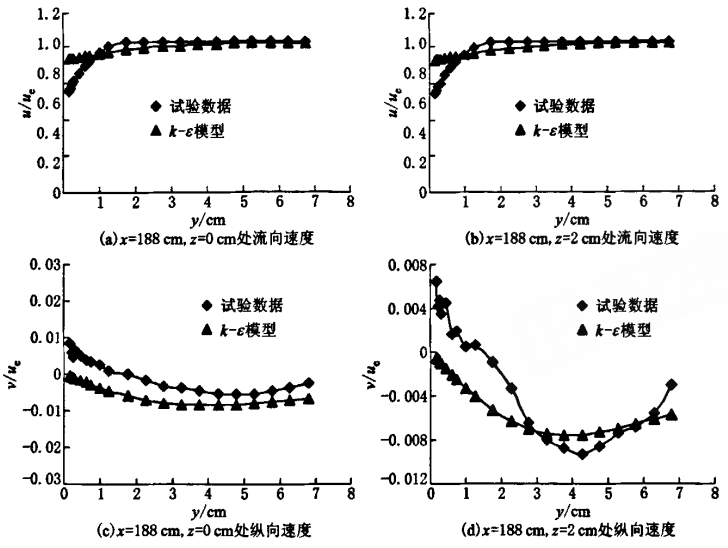


图6 在 $x=188$ cm, $z=0$ cm 和 $z=2$ cm 处流动速度分布

Fig. 6 Velocity profile at $x=188$ cm, $z=0$ cm and $z=2$ cm

5 结 论

研究了用标准 $k-\varepsilon$ 模型模拟了装有一对纵向旋涡发生器风洞的三维湍流场. 计算发现随着流动向下游发展涡心与壁面的距离以及涡心间距离逐渐增大,涡强度不断减小. 涡偶间距不断变大使得两涡间的相互作用不是很强烈,到后部几乎可以忽略. 涡核半径增长迅速,但旋涡的形状持续很久. 将流场速度计算结果与试验数据进行了对比分析,结果表明,标准 $k-\varepsilon$ 模型基本能够模拟正确的流场结构,但流向速度 u 在各位置壁面附近($y<1$ cm)计算数据偏大,横向速度 w 在 $z=0$ 时的近壁预测值与试验值相差较大,这些都与边界层内湍流结构的复杂性有关.

参考文献(References)

[1] 吴 健,顾强生. 流体机械内流数值模拟的发展与趋势[J]. 排灌机械,1999,17(1):3-7.
WU Jian, GU Qiang-sheng. Developments and trends of numerical simulation of inside flow of fluid machinery [J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 1999, 17(1): 3-7. (in Chinese)

[2] 李人宪. 有限元基础[M]. 北京:国防工业出版社,2002.

[3] LIU Wei-ming, XU Shi-lang. A new improved Uzawa method for finite element solution of Stokes problem [J]. *Computational Mechanics*, 2001, 27(4): 305-310.

[4] Belmiloud M,陈善群. 分叉管流动的数值模拟[J]. 排灌机械,2005,23(2):39-41.
Belmiloud M, CHEN Shan-qun. Numerical computation of bifurcation pipe flows [J]. *Drainage and Irrigation Machinery*, 2005, 23(2): 39-41. (in Chinese)

[5] Pauley W R, Eaton J K. Vortices in boundary layer[DB/OL]. [1999-11-23]. http://cfd.me.umist.ac.uk/ercofold/database/test12/test12.html, 1995.

[6] 王 泽,刘卫明. 壁面湍流模型对湍流分离流动数值模拟的影响[J]. 空气动力学学报,2002,20(2):198-205.
WANG Ze, LIU Wei-ming. Effects of near-wall turbulence model of numerical simulation of turbulent separated flows[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2002, 20(2): 198-205. (in Chinese)

[7] Pauley W R, Eaton J K. Experimental study of the development of longitudinal vortex pairs embedded in a turbulent boundary layer[J]. *AIAA Journal*, 1988, 26(7): 816-823.

(责任编辑 贾国方)

万方数据